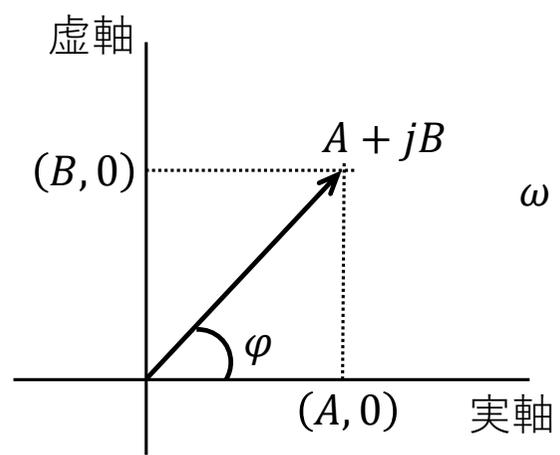


制御 (40) 《ナイキスト線図 (ベクトル軌跡)》

ナイキスト線図：周波数伝達関数 $G(j\omega)$ を、複素平面上で、
 $\omega = 0 \rightarrow \omega = \infty$ に変化させたときのベクトル軌跡

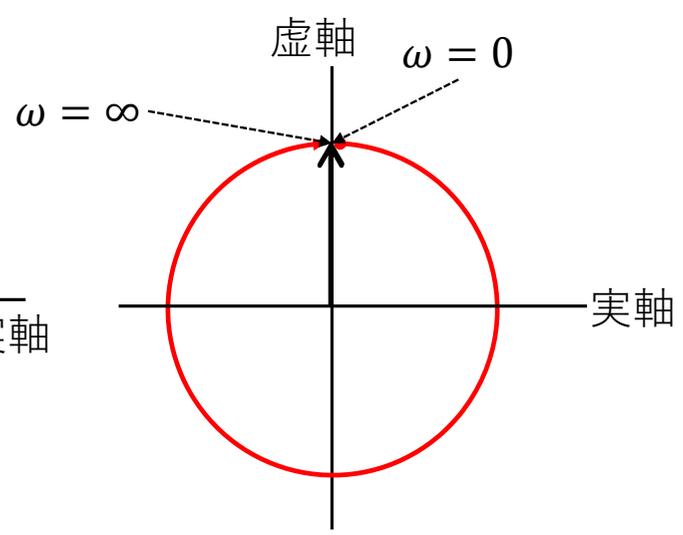
$G(j\omega) = A + jB$



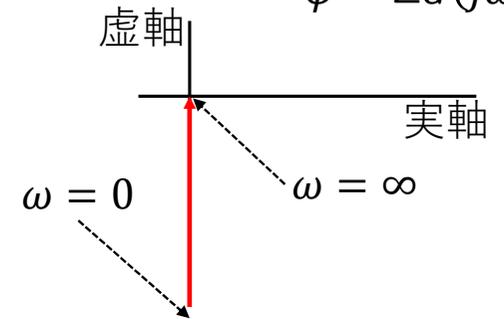
$|G(j\omega)| = \sqrt{A^2 + B^2}$

$\varphi = \angle G(j\omega) = \tan^{-1} \frac{B}{A}$

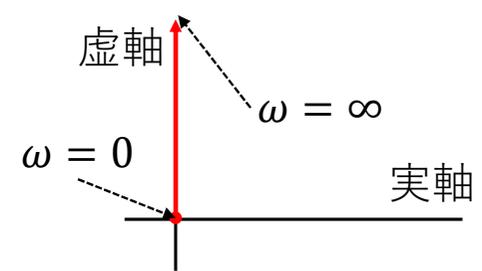
ベクトル軌跡の例



■ 積分要素 $G(j\omega) = \frac{1}{j\omega}$
 $|G(j\omega)| = \frac{1}{\omega}$
 $\varphi = \angle G(j\omega) = -90 [^\circ]$



■ 微分要素 $G(j\omega) = j\omega$
 $|G(j\omega)| = \omega$
 $\varphi = \angle G(j\omega) = 90 [^\circ]$



制御 (41) 《一次遅れ要素のナイキスト線図》

■一次遅れ要素 $G(s) = \frac{1}{1+Ts}$ のナイキスト線図

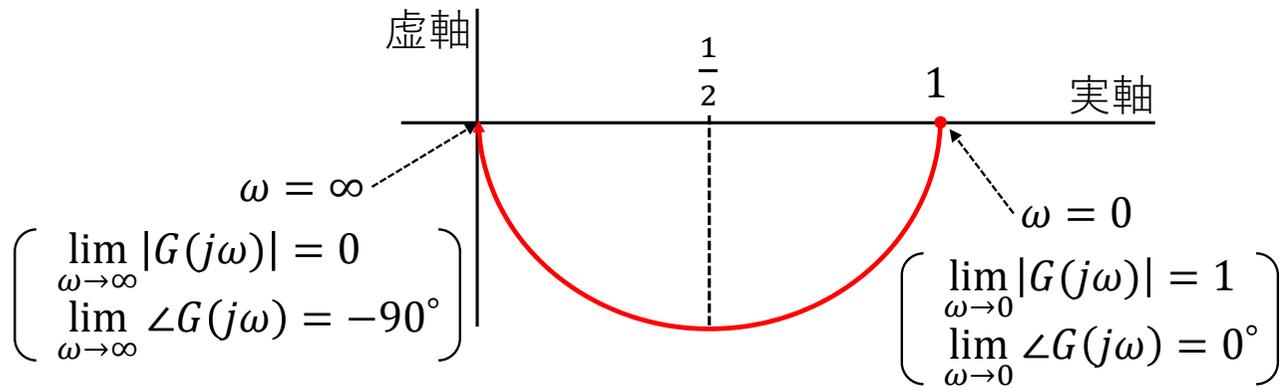
周波数伝達関数は $G(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega T} = \frac{1}{1+\omega^2 T^2} - j \frac{\omega T}{1+\omega^2 T^2} = x + jy$ と置くと、

$x = \frac{1}{1+\omega^2 T^2} \dots \textcircled{1}$, $y = -\frac{\omega T}{1+\omega^2 T^2} \dots \textcircled{2}$ ※ $\omega T > 0$ より $y < 0$

①②より ωT を消去するように変形すると、

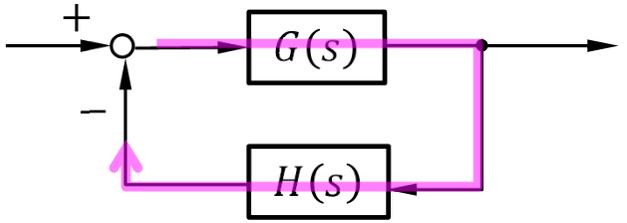
$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

∴ベクトル軌跡は、 $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ を中心とした半径 $\frac{1}{2}$ の円を描く。但し、 $y < 0$ 。



制御 (42) 《ナイキスト線図による安定判別》

<閉ループ制御系>

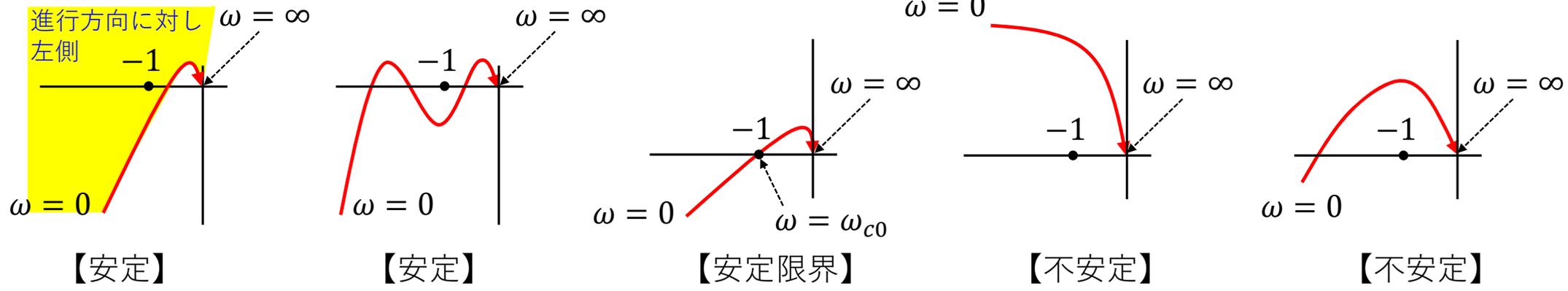


開ループ伝達関数： $G(s)H(s)$
(一巡伝達関数)

周波数
伝達関数
→

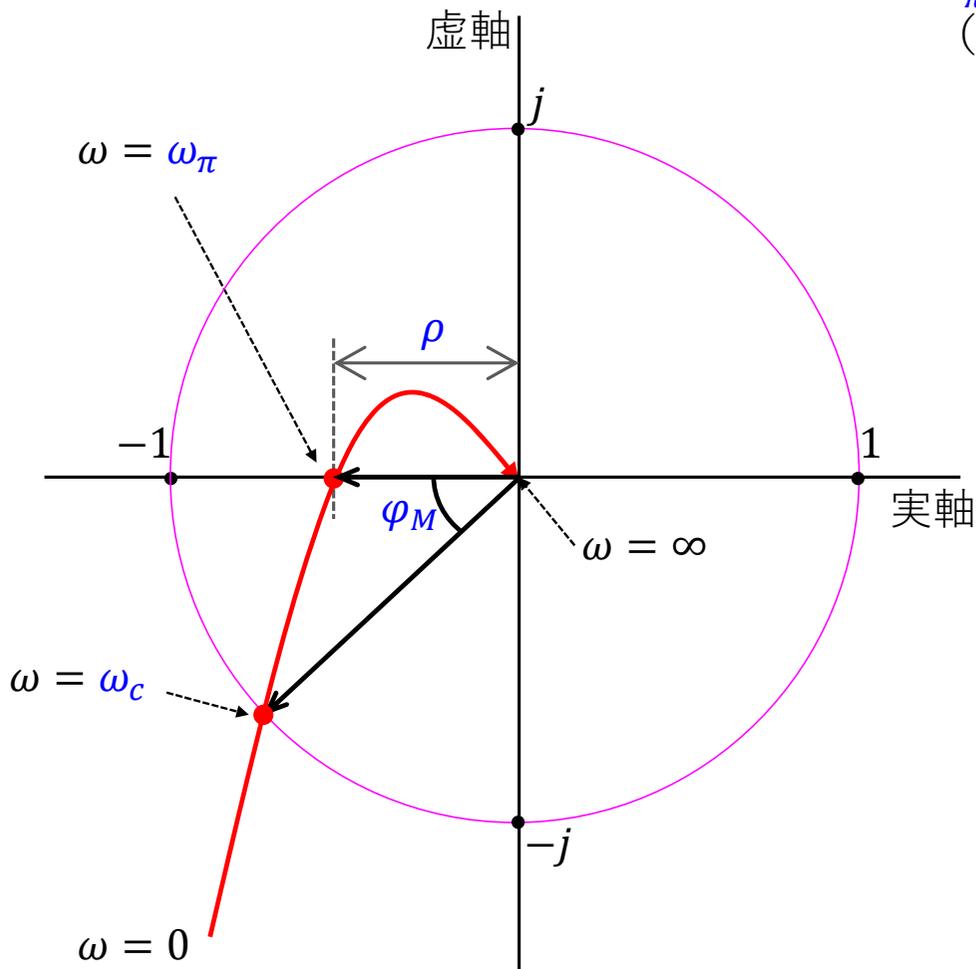
$G(j\omega)H(j\omega)$

$G(j\omega)H(j\omega)$ のナイキスト線図が、 ω が増える進行方向に対し、常に(-1,0)点を左に見れば、系は安定である。



(-1,0)のときの ω_{c0} を持続振動周波数という。

制御 (43) 《ゲイン余裕、位相余裕》



ω_π : 位相交差周波数
(負の実軸を横切るときの ω)

ω_c : ゲイン交差周波数
(単位円と交差するときの ω)

ρ が1より小さいほど安定

$\frac{1}{\rho}$ をゲイン余裕 GM と称し、通常は[dB]単位で示す。

$$GM = 20 \log \frac{1}{\rho} = -20 \log \rho \text{ [dB]}$$

$$= -20 \log |G(j\omega_\pi)H(j\omega_\pi)|$$

(適正值目安[dB])

機械制御 : $10 \leq GM \leq 20$ プロセス制御 : $3 \leq GM \leq 10$

φ_M が大きいほど安定

φ_M を位相余裕 PM と称す。

$$PM = \varphi_M = \pi + \angle G(j\omega_c)H(j\omega_c) \text{ [rad]}$$

$$= 180 + \angle G(j\omega_c)H(j\omega_c) \text{ [}^\circ \text{]}$$

(適正值目安[$^\circ$])

機械制御 : $40 \leq PM \leq 60$ プロセス制御 : 20以上

制御 (43) : 付録 《ボード線図の安定判別と余裕》

【ボード線図の安定判別法】

1. 一巡伝達関数 $G(s)H(s)$ のボード線図を描く
2. ゲイン 0[dB]となる周波数で
安定：位相 $> -180[^\circ]$, 不安定：位相 $< -180[^\circ]$]

※位相余裕：
安定のとき、どれだけ $-180[^\circ]$ から離れているか。

3. 位相 $-180[^\circ]$ となる周波数で
安定：ゲイン < 0 [dB] , 不安定：ゲイン > 0 [dB]

※ゲイン余裕：
安定のとき、どれだけ 0[dB] から離れているか。

