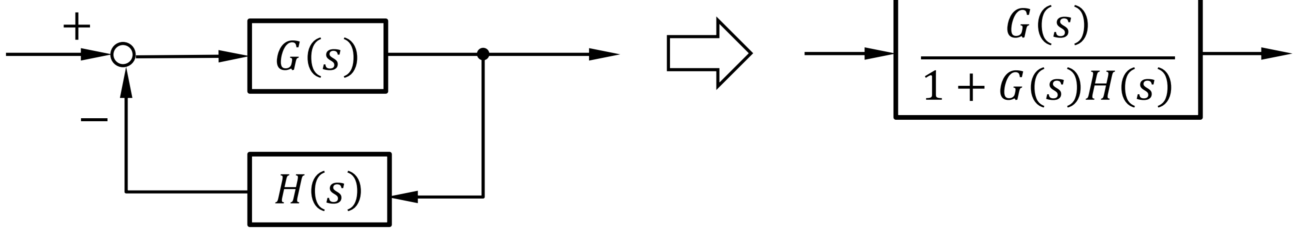
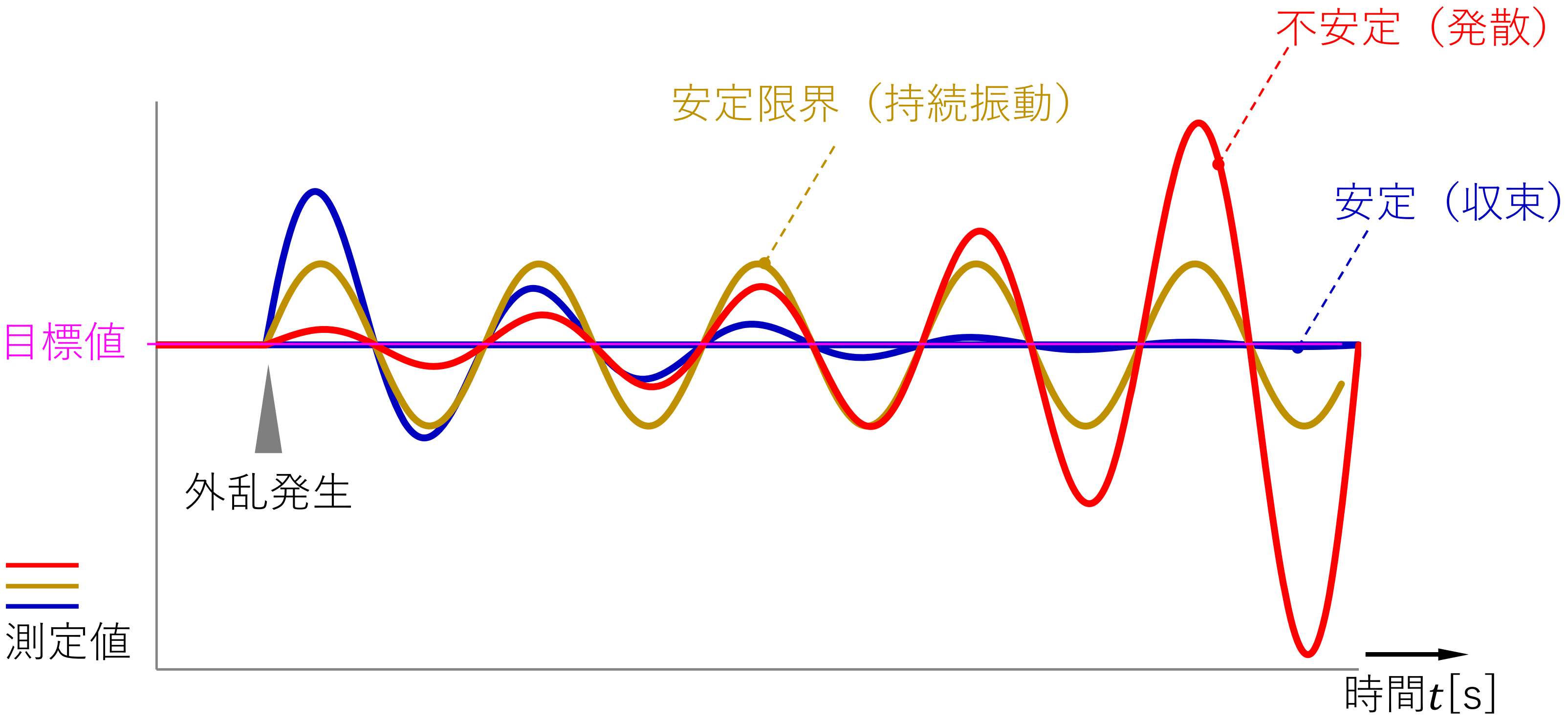
制御（32）　《安定判別：安定と不安定》

＜閉ループ制御系＞　　　　等価変換



閉ループ伝達関数：$\dfrac{H(s)}{1+G(s)H(s)}$
（総合伝達関数）

開ループ伝達関数：$G(s)H(s)$
（一巡伝達関数）



制御（33）　《安定判別：特性方程式》

閉ループ伝達関数 $\dfrac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$ の「分母＝０」と置いた式 $1+G(s)H(s)=0$を、特性方程式と呼ぶ。

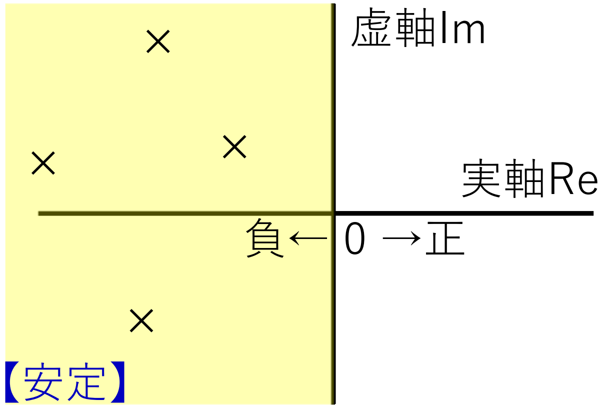
■特性方程式の解（特性根又は極）について、

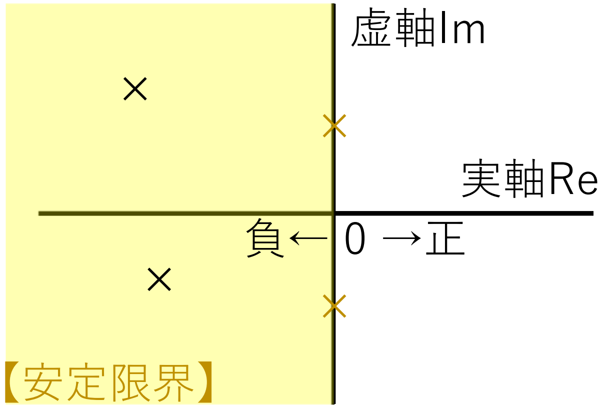
1) すべての特性根の実数部が負のとき、系は安定である。

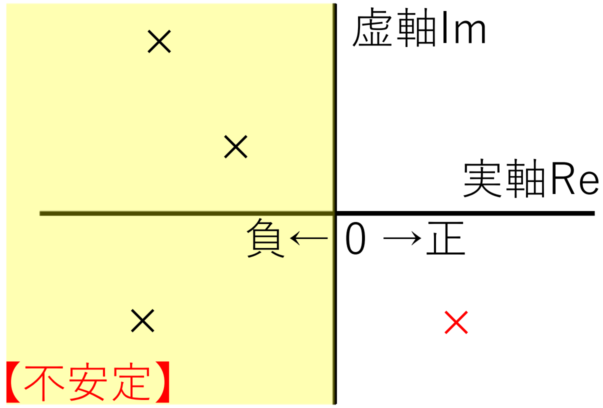
2) 実数部が０である特性根が存在し、他の特性根の実数部が負のとき、系は安定限界である。

3) 実数部が正である特性根が一つでも存在すれば、系は不安定である。

複素平面（×：特性根）







例)特性方程式：	$s^2+2s+101=0$	$s^2+9=0$	$s^2-4s-5=0$
特性根：	$s=-1+10j$、$-1-10j$	$s=-j3$、$j3$	$s=5$、-1

※系が安定となるためには、全ての特性根が複素平面の左半面になければならない。

制御（34）　《ラウスの安定判別法》

特性方程式　$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + a_2 s^n + \cdots + a_{n-1} s + a_n = 0$　について、
ラウス配列において第1列が全て同符号であれば、その系は安定。

【ラウス配列】

$$\begin{array}{c|lllll} s^n & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & a_8 \cdots \\ s^{n-1} & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 \cdots & \\ s^{n-2} & b_1 & b_2 & b_3 \cdots & & \\ \vdots & c_1 & c_2 \cdots & & & \\ s^0 & d_1 & & & & \end{array}$$

第1列

$$b_1 = -\frac{\begin{vmatrix} a_0 & a_2 \\ a_1 & a_3 \end{vmatrix}}{a_1},\ b_2 = -\frac{\begin{vmatrix} a_0 & a_4 \\ a_1 & a_5 \end{vmatrix}}{a_1},\ b_3 = -\frac{\begin{vmatrix} a_0 & a_6 \\ a_1 & a_7 \end{vmatrix}}{a_1}$$

$$c_1 = -\frac{\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}}{b_1},\ c_2 = -\frac{\begin{vmatrix} a_1 & a_5 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix}}{b_1}$$

$$d_1 = -\frac{\begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}}{c_1}$$

例）特性方程式　$2s^4 + s^3 + 3s^2 + 5s + 10 = 0$

$$\begin{array}{c|ccc} s^4 & 2 & 3 & 10 \\ s^3 & 1 & 5 & 0 \\ s^2 & -\frac{2\times5-3\times1}{1} = -7 & -\frac{2\times0-10\times1}{1} = 10 & 0 \\ s^1 & -\frac{1\times10-5\times(-7)}{-7} = 6.43 & 0 & 0 \\ s^0 & -\frac{-7\times0-10\times6.43}{6.43} = 10 & & \end{array}$$

変化　変化

第1列：2，1，－7，6.43，10　に符号変化があるので
この制御は不安定

※ラウス配列の第1列の符号の変化の数は、不安定根の数に等しい。

制御（35）　《フルビッツの安定判別法》

特性方程式　$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + a_2 s^n + \cdots + a_{n-1} s + a_n = 0$　について、

以下のフルビッツ安定判別条件を満たせば、その系は安定。

1）$a_0, \cdots, a_n$の全ての次数の係数が存在し、その係数が同符号であること。

2）フルビッツの行列式 $\Delta_n, \Delta_{n-1}, \Delta_{n-2}, \cdots, \Delta_1$が全て正であること。

$$\Delta_1 = a_1 \qquad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} \qquad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \cdots \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \cdots \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \cdots \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & \cdots \\ 0 & 0 & a_1 & a_3 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \end{vmatrix}$$

例）特性方程式　$s^3 + 2s^2 + 5s + 3 = 0$

$$\Delta_1 = 2$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 2 \times 5 - 3 \times 1 = 7$$

$+$　$-$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 2 \times 5 \times 3 + 1 \times 2 \times 0 + 0 \times 3 \times 0$$
$$- 0 \times 5 \times 0 - 0 \times 2 \times 2 - 3 \times 3 \times 1$$
$$= 21$$

サリューの規則
（たすきがけ）

$$\begin{matrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 5 & 0 \end{matrix}$$

全ての次数の係数が存在し、その係数が同符号であり、

行列式 $\Delta_3, \Delta_2, \Delta_1$が全て正なので、この制御は安定