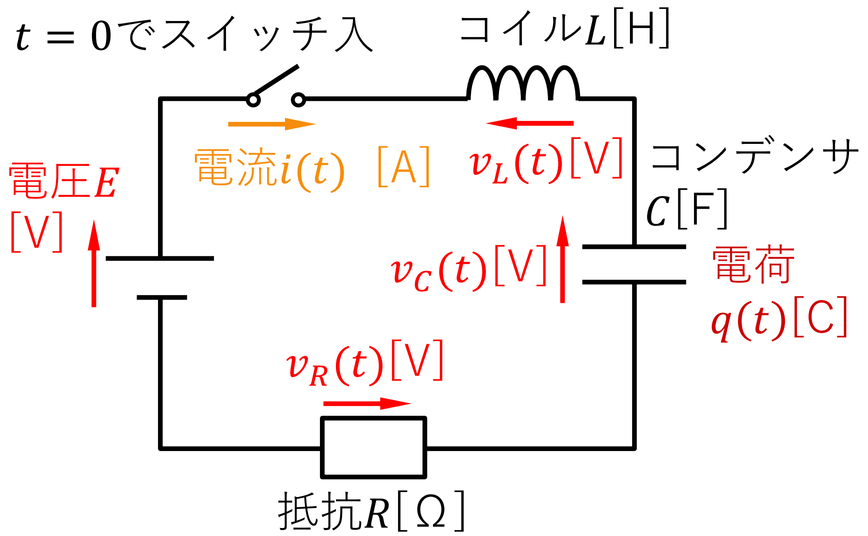
過渡現象（14）　　《RLC直列回路－１》



$f(t)$	$F(s)$
K（定数） →	$\dfrac{K}{s}$

微分定理　$\mathcal{L}\left(\dfrac{df(t)}{dt}\right)=sF(s)-f(0)$

積分定理　$\mathcal{L}\left(\int f(t)dt\right)=\dfrac{F(s)}{s}+\dfrac{f^{-1}(0)}{s}$

線形定理　$\mathcal{L}af(t)=aF(s)$

$E=v_L(t)+v_C(t)+v_R(t)$ ･･･①

$v_L(t)=L\dfrac{i(t)}{dt}$ ･･･②　　$v_R(t)=Ri(t)$ ･･･③

$v_C(t)=\dfrac{q(t)}{C}$ ･･･④　$q(t)=\int i(t)dt$ ･･･⑤

④,⑤より　$v_C(t)=\dfrac{1}{C}\int i(t)dt$ ･･･⑥

①,②,③,⑥より、$E=L\dfrac{i(t)}{dt}+\dfrac{1}{C}\int i(t)dt+Ri(t)$ ･･･⑦

⑦をラプラス順変換すると、

$$\frac{E}{s}=L\cdot sI(s)+\frac{1}{C}\cdot\frac{I(s)}{s}+RI(s)\qquad\therefore\ I(s)=E\cdot\frac{1}{s\left(R+sL+\frac{1}{sC}\right)}$$

過渡現象（15）　《RLC直列回路－２》

$$I(s)=E\cdot\frac{1}{s\left(R+sL+\frac{1}{sC}\right)}=E\cdot\frac{1}{L\left(s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC}\right)}=\frac{E}{L}\cdot\frac{1}{\left\{\left(s+\frac{R}{2L}\right)^2+\left(\frac{1}{LC}-\left(\frac{R}{2L}\right)^2\right)\right\}}\quad\cdots ⑧$$

■ $\frac{1}{LC}>\left(\frac{R}{2L}\right)^2$ のとき、 $\alpha=\frac{R}{2L}$ 　 $\omega^2=\frac{1}{LC}-\left(\frac{R}{2L}\right)^2$ と置くと、⑧は、

$$I(s)=\frac{E}{L}\cdot\frac{1}{(s+\alpha)^2+\omega^2}=\frac{E}{\omega L}\cdot\frac{\omega}{(s+\alpha)^2+\omega^2}\quad\cdots ⑨$$

$f(t)$	$F(s)$
$\sin\omega t$ ←	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$

s推移定理　$\mathcal{L}\left(e^{-at}f(t)\right)=F(s+a)$

⑨をラプラス逆変換すると、 $i(t)=\frac{E}{\omega L}\cdot e^{-at}\cdot\sin\omega t=\frac{E}{\sqrt{\frac{L}{C}-\left(\frac{R}{2}\right)^2}}e^{-\frac{R}{2L}t}\cdot\sin\left(\sqrt{\frac{1}{LC}-\left(\frac{R}{2L}\right)^2}\right)t$

過渡現象（16）　《RLC直列回路－３》

$$I(s)=E\cdot\frac{1}{s\left(R+sL+\frac{1}{sC}\right)}=E\cdot\frac{1}{L\left(s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC}\right)}=\frac{E}{L}\cdot\frac{1}{\left\{\left(s+\frac{R}{2L}\right)^2+\left(\frac{1}{LC}-\left(\frac{R}{2L}\right)^2\right)\right\}}\quad\cdots⑧$$

■ $\frac{1}{LC}<\left(\frac{R}{2L}\right)^2$ のとき、 $\alpha=\frac{R}{2L}$ 　 $\gamma^2=\left(\frac{R}{2L}\right)^2-\frac{1}{LC}$ と置くと、⑧は、

$$I(s)=\frac{E}{L}\cdot\frac{1}{(s+\alpha)^2-\gamma^2}=\frac{E}{\gamma L}\cdot\frac{\gamma}{(s+\alpha)^2-\gamma^2}\quad\cdots⑩$$

双曲線関数　$\sinh x=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$

$f(t)$	$F(s)$
$\sinh\omega t$ ←	$\frac{\omega}{s^2-\omega^2}$

s推移定理　$\mathcal{L}\left(e^{-at}f(t)\right)=F(s+a)$

⑩をラプラス逆変換すると、 $i(t)=\frac{E}{\gamma L}\cdot e^{-at}\cdot\sinh\gamma t=\frac{E}{\sqrt{\left(\frac{R}{2}\right)^2-\frac{L}{C}}}e^{-\frac{R}{2L}t}\cdot\sinh\left(\sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2-\frac{1}{LC}}\right)t$

過渡現象（17）　《RLC直列回路－４》

$$I(s) = E \cdot \frac{1}{s\left(R + sL + \frac{1}{sC}\right)} = E \cdot \frac{1}{L\left(s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}\right)} = \frac{E}{L} \cdot \frac{1}{\left\{\left(s + \frac{R}{2L}\right)^2 + \left(\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2\right)\right\}} \quad \cdots ⑧$$

■ $\frac{1}{LC} = \left(\frac{R}{2L}\right)^2$ のとき、　$\alpha = \frac{R}{2L}$ と置くと、⑧は、

$$I(s) = \frac{E}{L} \cdot \frac{1}{(s+\alpha)^2} \quad \cdots ⑪$$

$f(t)$	$F(s)$
t ←	$\frac{1}{s^2}$

s推移定理　$\mathcal{L}\left(e^{-at}f(t)\right) = F(s+a)$

⑪をラプラス逆変換すると、$i(t) = \frac{E}{L} \cdot e^{-at} \cdot t = \frac{E}{L} t e^{-\frac{R}{2L}t}$

過渡現象（18）　《RLC直列回路－５》

① $\frac{1}{LC} > \left(\frac{R}{2L}\right)^2$ のとき、 $i(t) = \frac{E}{\sqrt{\frac{L}{C} - \left(\frac{R}{2}\right)^2}} e^{-\frac{R}{2L}t} \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}\right) t$

② $\frac{1}{LC} = \left(\frac{R}{2L}\right)^2$ のとき、 $i(t) = \frac{E}{L} t e^{-\frac{R}{2L}t}$

③ $\frac{1}{LC} < \left(\frac{R}{2L}\right)^2$ のとき、 $i(t) = \frac{E}{\sqrt{\left(\frac{R}{2}\right)^2 - \frac{L}{C}}} e^{-\frac{R}{2L}t} \cdot \sinh\left(\sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}\right) t$