過渡現象（１）　　《過渡現象を解く手順》

１．求める関数を $x(t)$とすると、$x(t) = K + Ae^{pt}$と仮に置く。

２．回路の微分方程式をたてる。　※キルヒホッフの第２法則（電圧の法則）

３．微分方程式を変換して、pを求める。

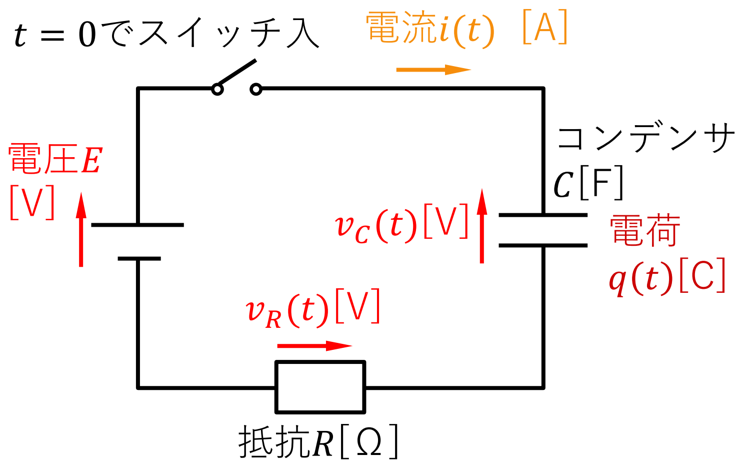
$$x(t) \rightarrow X \quad 、\quad \frac{x(t)}{dt} \rightarrow pX \quad 、\quad \int x(t)dt \rightarrow \frac{X}{p} \quad 、\quad \text{定数} \rightarrow 0$$

４．定常状態　$x(\infty)$よりKを求める。　$x(\infty) = K + Ae^{p\infty}$

５．初期状態　$x(0)$よりAを求める。　$x(0) = K + Ae^{p0}$

６．求めたpとKとAより、　$x(t) = K + Ae^{pt}$　が求まる。

過渡現象（２）　《RC直列回路－１》



$E = v_C(t) + v_R(t)$　・・・①

$v_R(t) = Ri(t)$ ・・・②　　$v_C(t) = \dfrac{q(t)}{C}$　・・・③

$q(t) = \int i(t)dt$　・・・④

③,④より　$v_C(t) = \dfrac{1}{C}\int i(t)dt$　・・・⑤

1．求める関数を $i(t)$とすると、$i(t) = K + Ae^{pt}$と仮に置く。

2．回路の微分方程式をたてる。

①,②,⑤より、　$E = \dfrac{1}{C}\int i(t)dt + Ri(t)$

3．微分方程式を変換して、pを求める。

$0 = \dfrac{1}{C} \cdot \dfrac{I}{p} + RI$　　$\therefore\ p = -\dfrac{1}{CR}$

4．定常状態　$i(\infty)$よりKを求める。　$i(\infty) = 0 = K + Ae^{p\infty}$

$0 = K + Ae^{-\frac{1}{CR}\cdot\infty} = K + 0 = K$　　$\therefore\ K = 0$

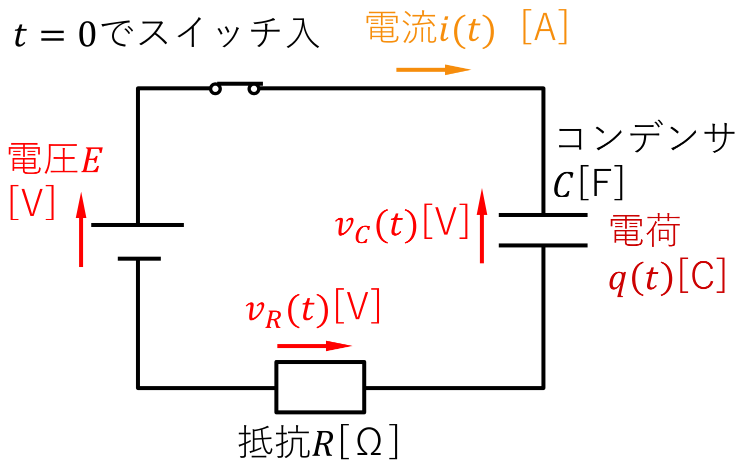
5．初期状態　$i(0)$よりAを求める。　$i(0) = \dfrac{E}{R} = K + Ae^{p0}$

$\dfrac{E}{R} = Ae^{-\frac{1}{CR}\cdot 0} = A$　　$\therefore\ A = \dfrac{E}{R}$

6．求めたpとKとAより、

$i(t) = K + Ae^{pt} = 0 + \dfrac{E}{R}e^{-\frac{1}{CR}t}$　　$\therefore\ i(t) = \dfrac{E}{R}e^{-\frac{1}{CR}t}$

過渡現象（３）　《RC直列回路－２》



$E=v_C(t)+v_R(t)$　・・・①

$v_R(t)=Ri(t)$ ・・・②　　$v_C(t)=\dfrac{q(t)}{C}$　・・・③

$q(t)=\int i(t)dt$　・・・④

③,④より　$v_C(t)=\dfrac{1}{C}\int i(t)dt$　・・・⑤

$i(t)=\dfrac{E}{R}e^{-\frac{1}{CR}t}$　から　$q(t)$、$v_c(t)$、$v_R(t)$　を求める。

④より、　$q(t)=\int i(t)dt=\int \dfrac{E}{R}e^{-\frac{1}{CR}t}dt=\dfrac{E}{R}\cdot -CR\cdot e^{-\frac{1}{CR}t}+K$

$=-CEe^{-\frac{1}{CR}t}+K$

$q(\infty)=CE$　より、　$q(\infty)=CE=-CEe^{-\frac{1}{CR}\infty}+K=0+K=K$

$K=CE$　より、$q(t)=-CEe^{-\frac{1}{CR}t}+CE=CE\left(1-e^{-\frac{1}{CR}t}\right)$

$\therefore\ q(t)=CE\left(1-e^{-\frac{1}{CR}t}\right)$

③より、$v_C(t)=\dfrac{q(t)}{C}=\dfrac{1}{C}\cdot CE\left(1-e^{-\frac{1}{CR}t}\right)$

$\therefore\ v_C(t)=E\left(1-e^{-\frac{1}{CR}t}\right)$

②より、　$v_R(t)=Ri(t)=R\cdot\dfrac{E}{R}e^{-\frac{1}{CR}t}=Ee^{-\frac{1}{CR}t}$

$\therefore\ v_R(t)=Ee^{-\frac{1}{CR}t}$

過渡現象（４）　《RC直列回路－３》

$$i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{1}{CR}t}$$

$$q(t) = CE\left(1 - e^{-\frac{1}{CR}t}\right)$$

$$v_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{1}{CR}t}\right)$$

$$v_R(t) = Ee^{-\frac{1}{CR}t}$$

$t = \tau = CR$(時定数)のとき、

$v_R(\tau) = Ee^{-1} \fallingdotseq 0.368E$

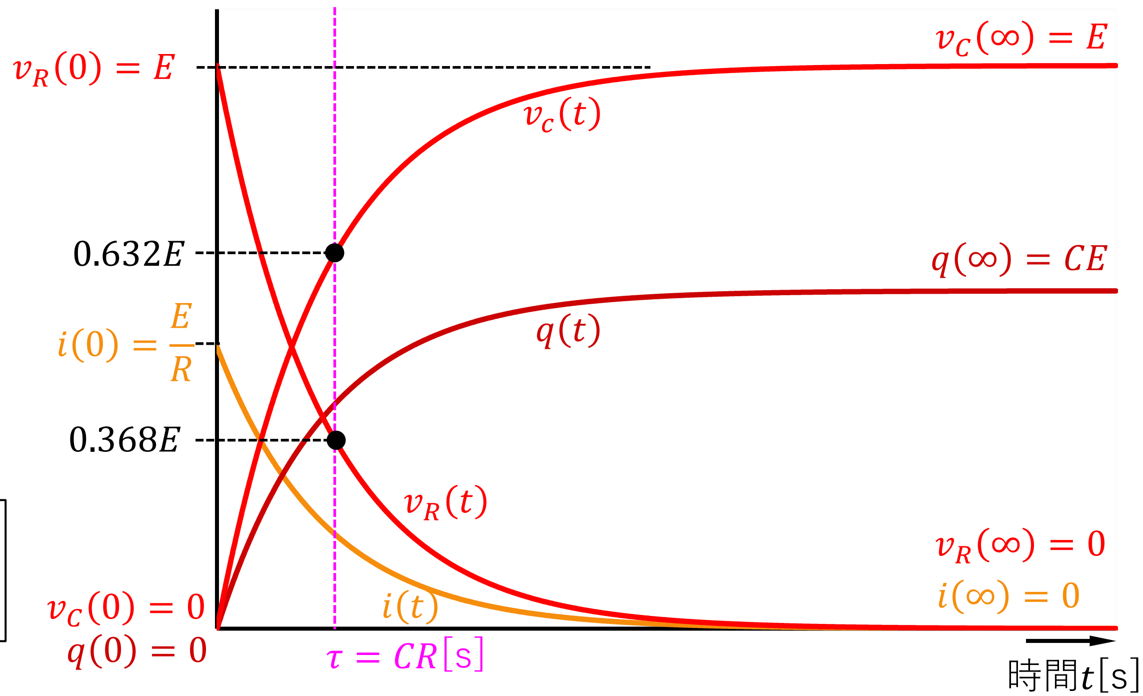
$v_C(\tau) = E(1 - e^{-1}) \fallingdotseq 0.632E$

(参考)ネイピア数 $e = \lim_{n \to \infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 2.71828\cdots$

$x(t) = e^{-\frac{1}{\tau}t}$ のτ[s]を時定数と呼ぶ。 ※63.2[%]の変化に要す時間

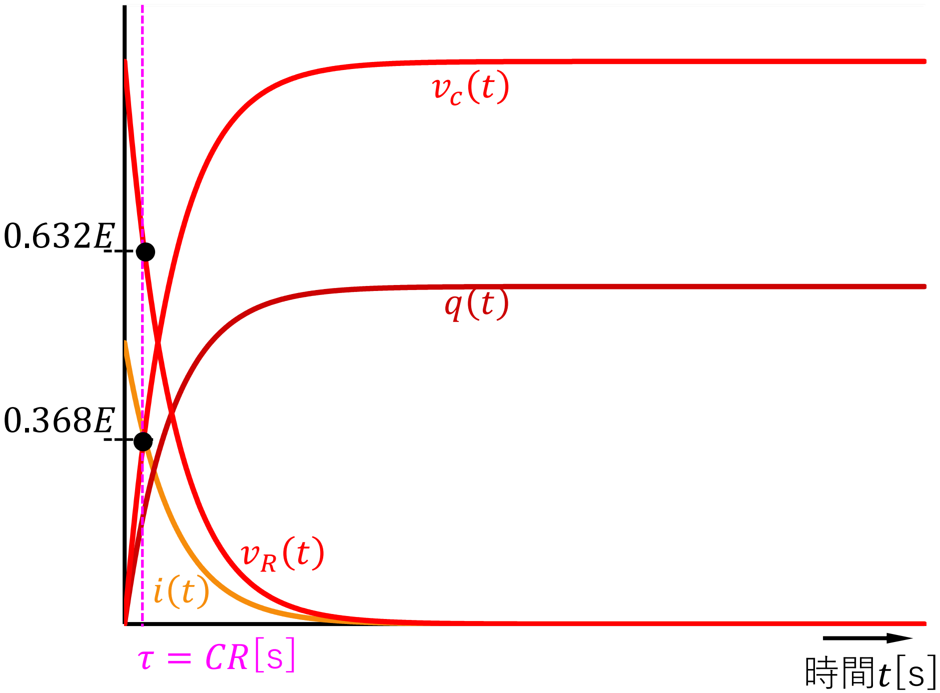
RC直列回路の時定数は、 $e^{-\frac{1}{CR}t}$ より、$\tau = CR$[s]

時定数が長いほど定常状態に達するまでの時間が長くなる。

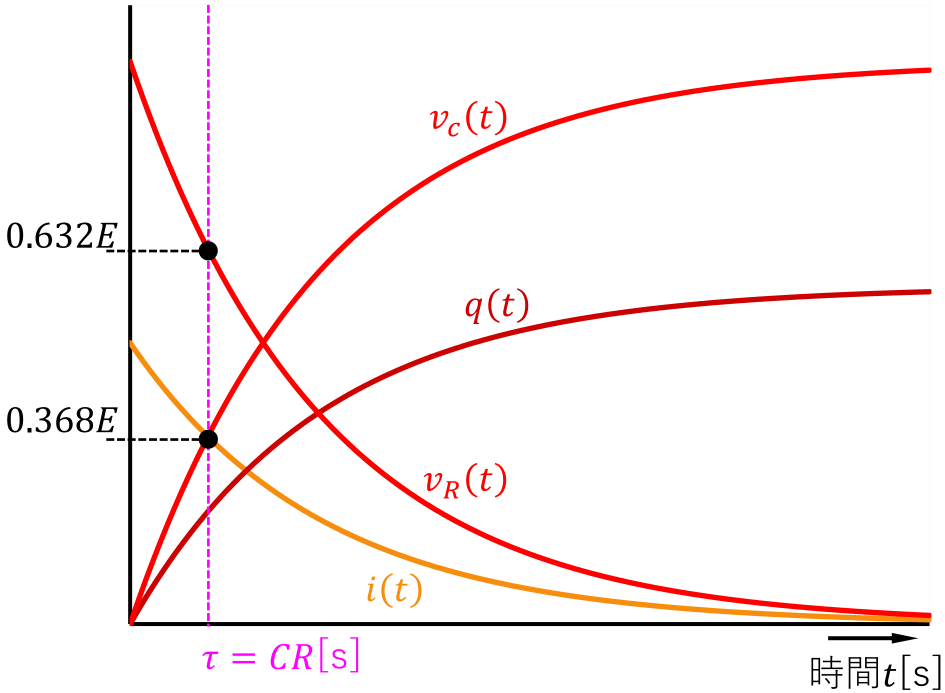


過渡現象（４）　《時定数（参考）》

■時定数 $\tau = CR[\mathrm{s}]$ が小さい

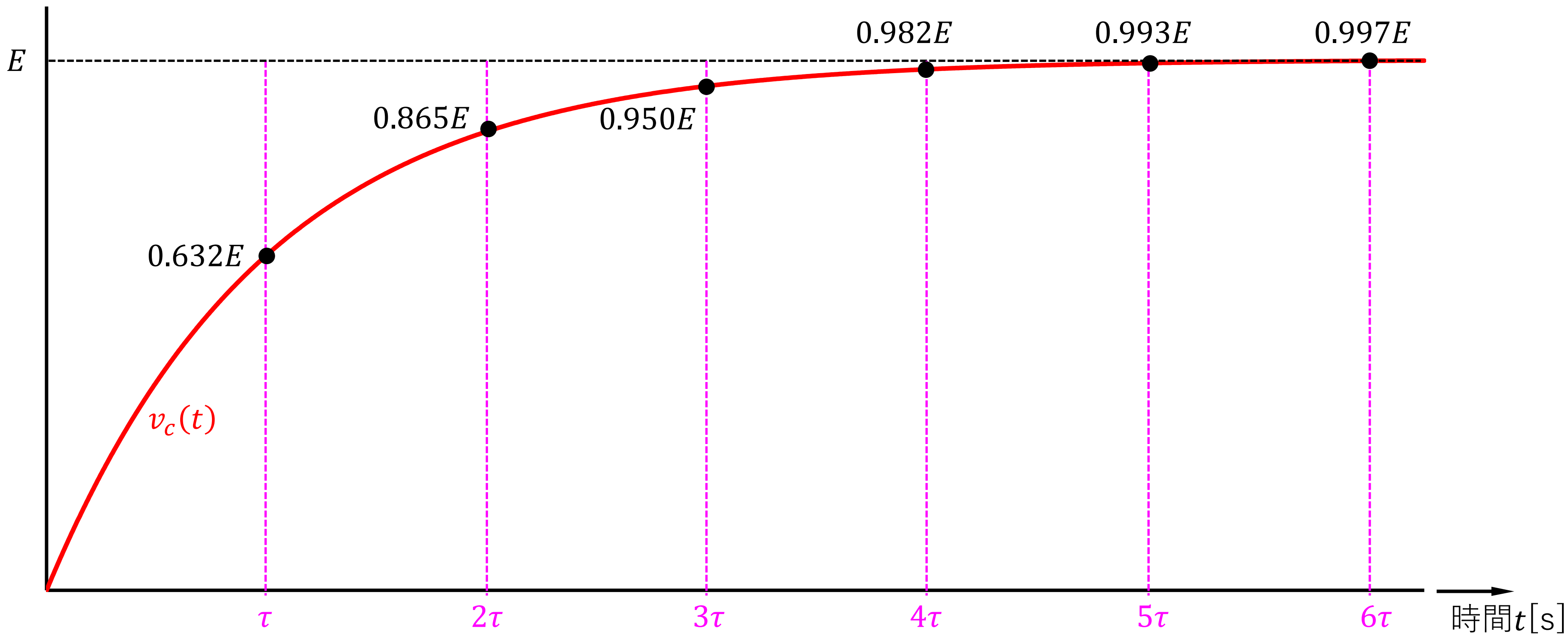


■時定数 $\tau = CR[\mathrm{s}]$ が大きい

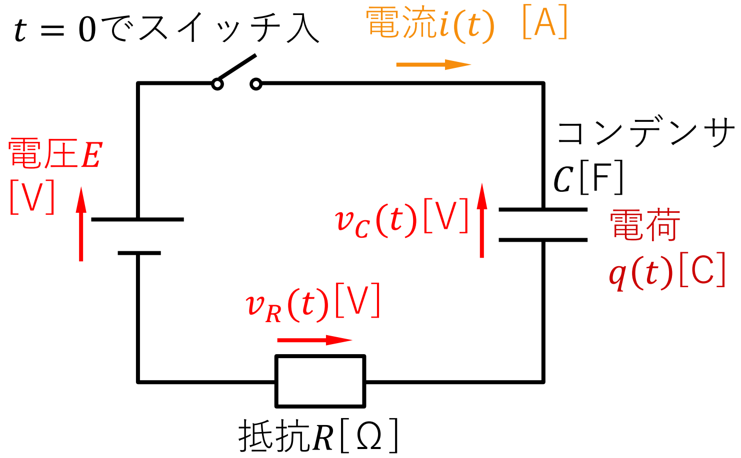


過渡現象（4）　《時定数（参考）》

時定数の5倍（5 τ [s]）経過すると、
99%以上の変化となり、ほぼ定常状態といえる。



過渡現象（２）　《RC直列回路－１：別解》



$E = v_C(t) + v_R(t)$ ･･･①

$v_R(t) = Ri(t)$ ･･･②　　$v_C(t) = \dfrac{q(t)}{C}$ ･･･③

$i(t) = \dfrac{dq(t)}{dt}$ ･･･④

②,④より　$v_R(t) = R\dfrac{dq(t)}{dt}$ ･･･⑤

1．求める関数を $q(t)$とすると、$q(t) = K + Ae^{pt}$と仮に置く。

2．回路の微分方程式をたてる。　※キルヒホッフの法則

①,②,⑤より、　$E = \dfrac{q(t)}{C} + R\dfrac{dq(t)}{dt}$

3．微分方程式を変換して、pを求める。

$0 = \dfrac{Q}{C} + pRQ$　　$\therefore\ p = -\dfrac{1}{CR}$

4．定常状態　$q(\infty)$よりKを求める。$q(\infty) = CE = K + Ae^{p\infty}$

$CE = K + Ae^{-\frac{1}{CR}\cdot\infty} = K + 0 = K$　　$\therefore\ K = CE$

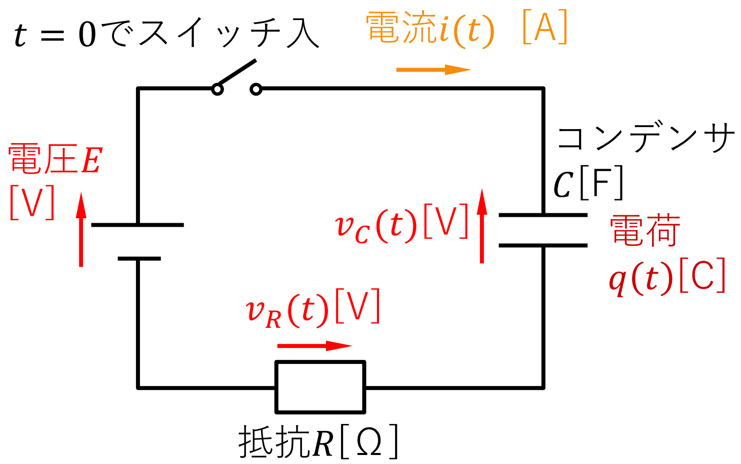
5．初期状態　$q(0)$よりAを求める。　$q(0) = 0 = K + Ae^{p0}$

$0 = CE + Ae^{-\frac{1}{CR}\cdot 0} = CE + A$　　$\therefore\ A = -CE$

6．求めたpとKとAより、

$q(t) = K + Ae^{pt} = CE - CEe^{-\frac{1}{CR}t}$　　$\therefore\ q(t) = CE\left(1 - e^{-\frac{1}{CR}t}\right)$

過渡現象（３）　《RC直列回路－２：別解》



$E=v_C(t)+v_R(t)\quad\cdots$①

$v_R(t)=Ri(t)\cdots$②　　$v_C(t)=\dfrac{q(t)}{C}\quad\cdots$③

$i(t)=\dfrac{dq(t)}{dt}\quad\cdots$④

②,④より　$v_R(t)=R\dfrac{dq(t)}{dt}\quad\cdots$⑤

$q(t)=CE\left(1-e^{-\frac{1}{CR}t}\right)$ から　$i(t)$、$v_c(t)$、$v_R(t)$　を求める。

④より、$i(t)=\dfrac{dq(t)}{dt}=0-CE\cdot-\dfrac{1}{CR}e^{-\frac{1}{CR}t}=\dfrac{E}{R}e^{-\frac{1}{CR}t}$

$\therefore\ i(t)=\dfrac{E}{R}e^{-\frac{1}{CR}t}$

③より、$v_C(t)=\dfrac{q(t)}{C}=\dfrac{1}{C}\cdot CE\left(1-e^{-\frac{1}{CR}t}\right)$

$\therefore\ v_C(t)=E\left(1-e^{-\frac{1}{CR}t}\right)$

②より、$v_R(t)=Ri(t)=R\cdot\dfrac{E}{R}e^{-\frac{1}{CR}t}=Ee^{-\frac{1}{CR}t}$

$\therefore\ v_R(t)=Ee^{-\frac{1}{CR}t}$