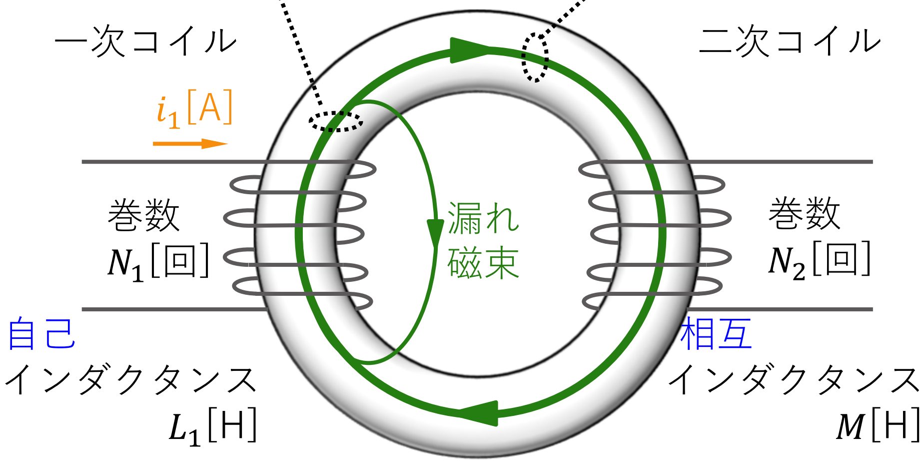
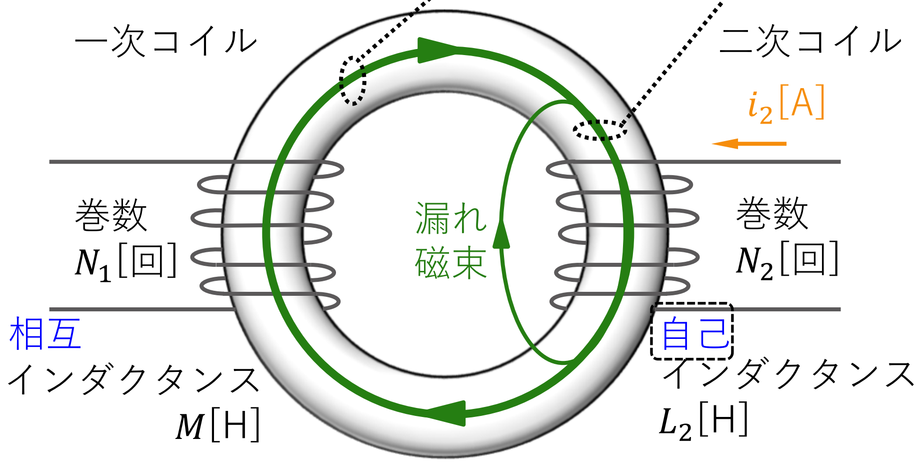
相互インダクタンス（１）　《変成器》

電流i_1[A]：$i_1(t)=\sqrt{2}I_1\sin\omega t$　　　電流i_2[A]：$i_2(t)=\sqrt{2}I_2\sin\omega t$

※結合係数 k　$(k \leqq 1)$





$$L_1=\frac{N_1\Phi_1}{i_1}\qquad M=\frac{N_2k\Phi_1}{i_1}=k\frac{N_2\Phi_1}{i_1}\quad\cdots①$$

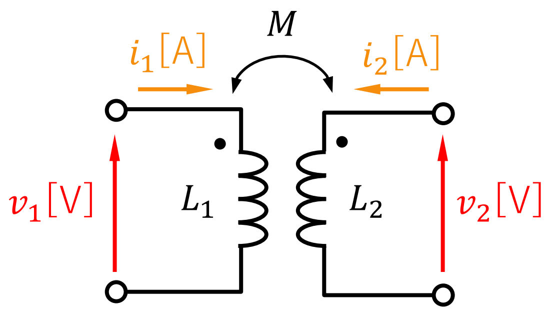
$$L_2=\frac{N_2\Phi_2}{i_2}\qquad M=\frac{N_1k\Phi_2}{i_2}=k\frac{N_1\Phi_2}{i_2}\quad\cdots②$$

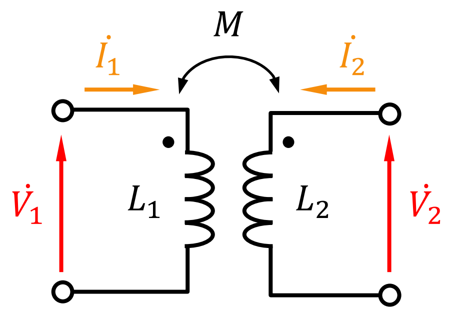
$$M^2=M\cdot M=\underbrace{k\frac{N_2\Phi_1}{i_1}}_{①}\cdot\underbrace{k\frac{N_1\Phi_2}{i_2}}_{②}=k^2\frac{N_1\Phi_1}{i_1}\cdot\frac{N_2\Phi_2}{i_2}=k^2L_1L_2$$

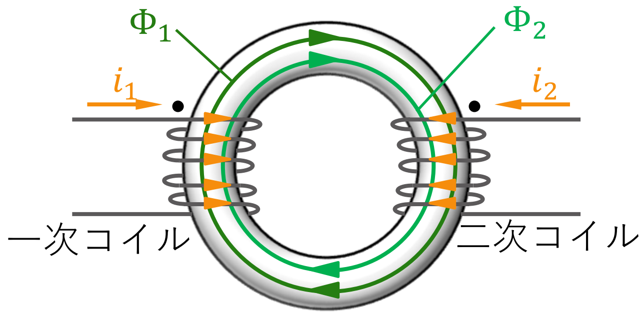
$\therefore\ M=k\sqrt{L_1L_2}$　　M：相互インダクタンス
（L_1、L_1：自己インダクタンス）

相互インダクタンス（２）　《和動接続》

自己インダクタンス　L_1、L_2[H]
相互インダクタンス　M[H]







ドット（・）はコイルの磁束の極性を示す。
２つのコイルとも、ドットが付いている側から電流が流れてくると、各コイルに発生する磁束の向きが同じとなる。(和動接続)

このとき、相互インダクタンスMは正（プラス）とする。

左図の場合、下式が成立する。

(一次コイルの式)

$$v_1 = L_1\frac{di_1}{dt} + M\frac{di_2}{dt}$$

(二次コイルの式)

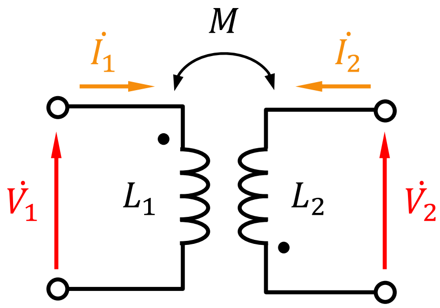
$$v_2 = L_2\frac{di_2}{dt} + M\frac{di_1}{dt}$$

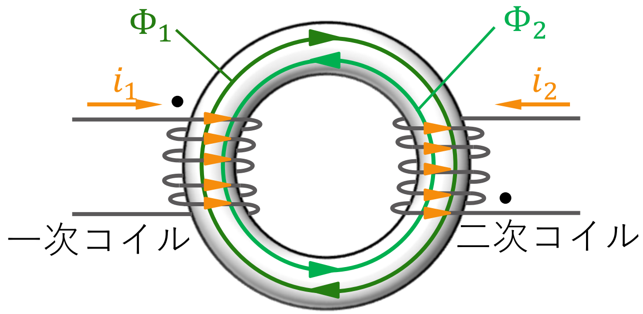
フェーザ表示すると、変成器の基本式が導ける。

$$\dot{V}_1 = j\omega L_1\dot{I}_1 + j\omega M\dot{I}_2 \qquad \dot{V}_2 = j\omega L_2\dot{I}_2 + j\omega M\dot{I}_1$$

相互インダクタンス（３）　　《差動接続》

自己インダクタンス　L_1、L_2[H]
相互インダクタンス　M[H]





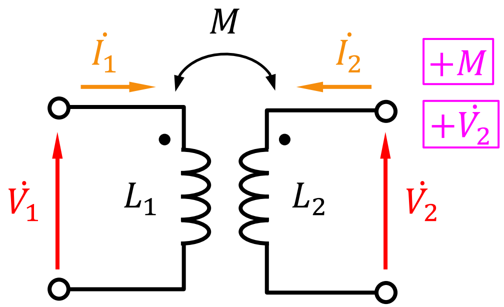
一つのコイルが、ドットが付いていない側から電流が流れてくると、コイルに発生する磁束の向きは逆となる。　(差動接続)

このとき、相互インダクタンスMは負（マイナス）とする。

変成器の基本式のMをマイナスにして、下式となる。

$\dot{V}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2$　　　$\dot{V}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_1$

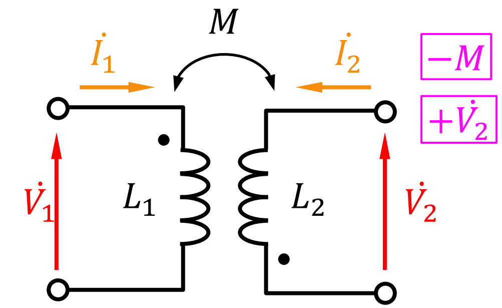
相互インダクタンス（4）　《基本式の符号》



$\dot{V}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2$

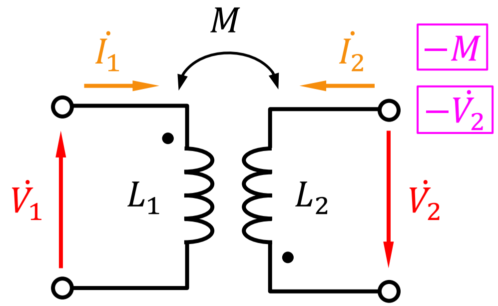
$\dot{V}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1$

変成器の基本式



$\dot{V}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2$

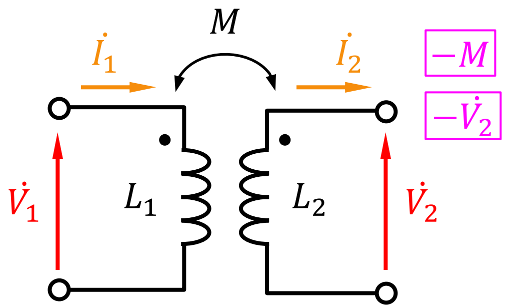
$\dot{V}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_1$



$\dot{V}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2$

$\dot{V}_2 = -j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1$

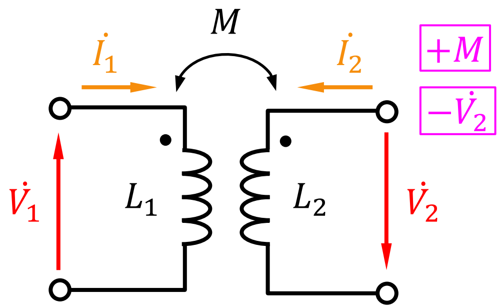
$(-\dot{V}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_1)$



$\dot{V}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2$

$\dot{V}_2 = -j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1$

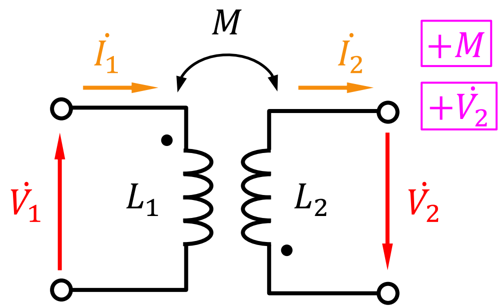
$(-\dot{V}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_1)$



$\dot{V}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2$

$\dot{V}_2 = -j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_1$

$(-\dot{V}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1)$

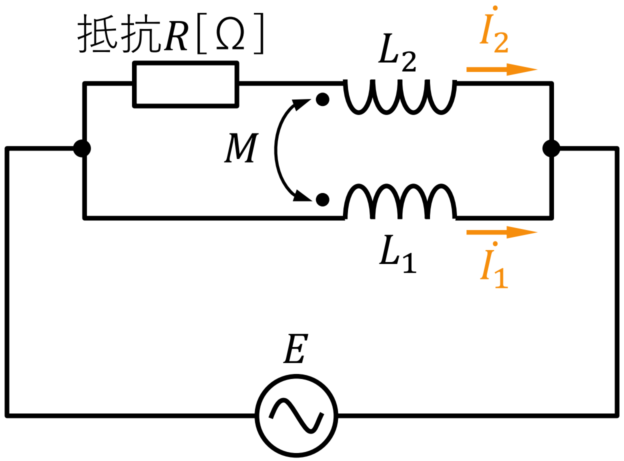


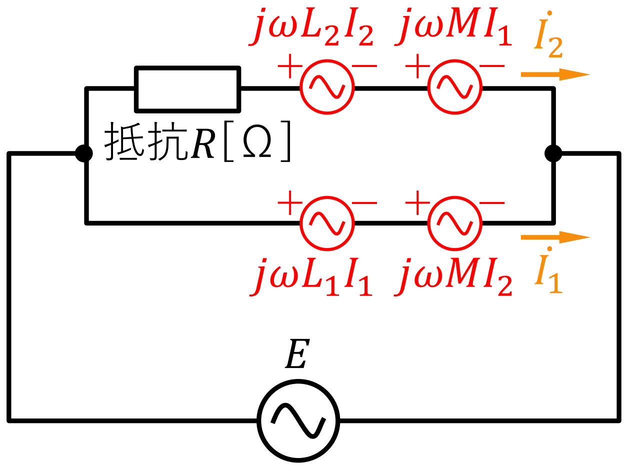
$\dot{V}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2$

$\dot{V}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1$

<u>相互インダクタンス（4）</u>　付録：計算例１

問）$L_1L_2 = M^2$のとき、$\dot{I}_1$ ，$\dot{I}_2$を求める。





$$\begin{cases} j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 = E \\ j\omega M I_1 + (R + j\omega L_2) I_2 = E \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} j\omega L_1 & j\omega M \\ j\omega M & R + j\omega L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ E \end{bmatrix}$$

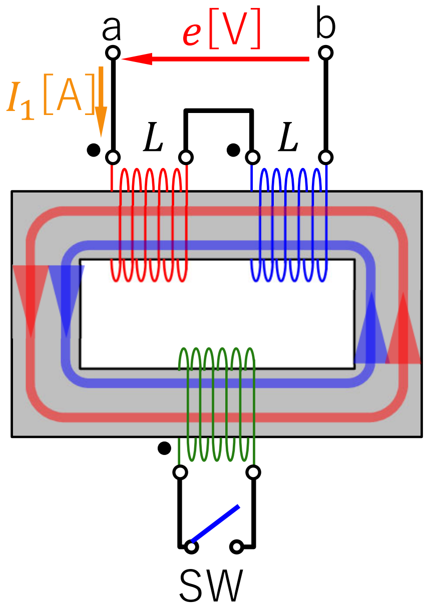
$$\Delta = \begin{vmatrix} j\omega L_1 & j\omega M \\ j\omega M & R + j\omega L_2 \end{vmatrix} = j\omega L_1 (R + j\omega L_2) - j\omega M \cdot j\omega M = j\omega R L_1 - \omega^2 \left(\overbrace{\boxed{L_1 L_2 - M^2}}^{\text{設問より0}} \right) = j\omega R L_1$$

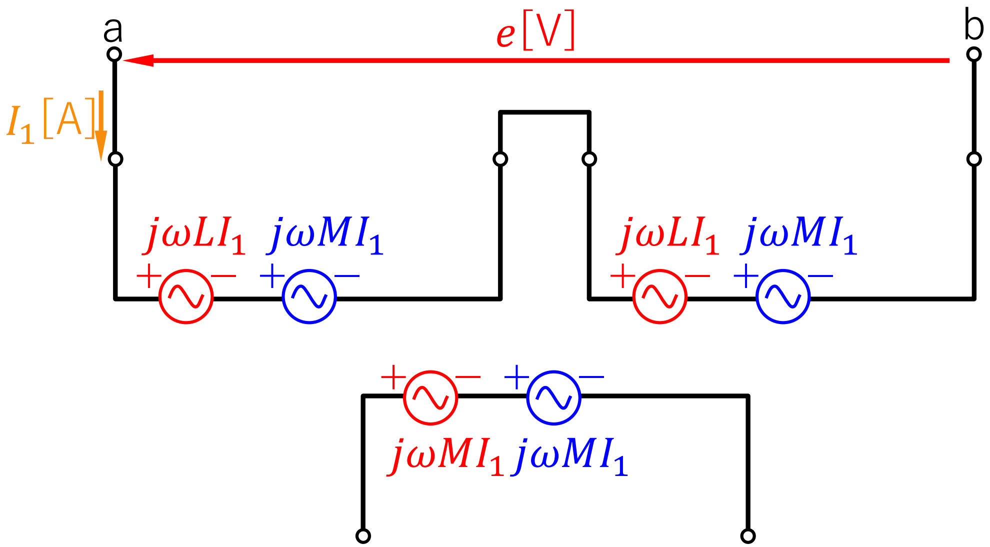
$$\dot{I}_1 = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} E & j\omega M \\ E & R + j\omega L_2 \end{vmatrix} = \frac{1}{j\omega R L_1} (ER + j\omega L_2 E - j\omega M E) = \frac{\omega L_2 - \omega M - jR}{\omega R L_1} E$$

$$\dot{I}_2 = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} j\omega L_1 & E \\ j\omega M & E \end{vmatrix} = \frac{1}{j\omega R L_1} (j\omega L_1 E - j\omega M E) = \frac{L_1 - M}{R L_1} E$$

相互インダクタンス（４）　付録：計算例２

問）SW OFF時のab間の自己インダクタンスL_{ab}[H]を求める。



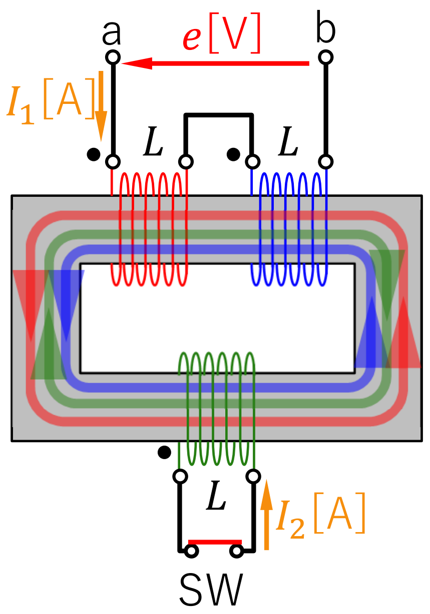


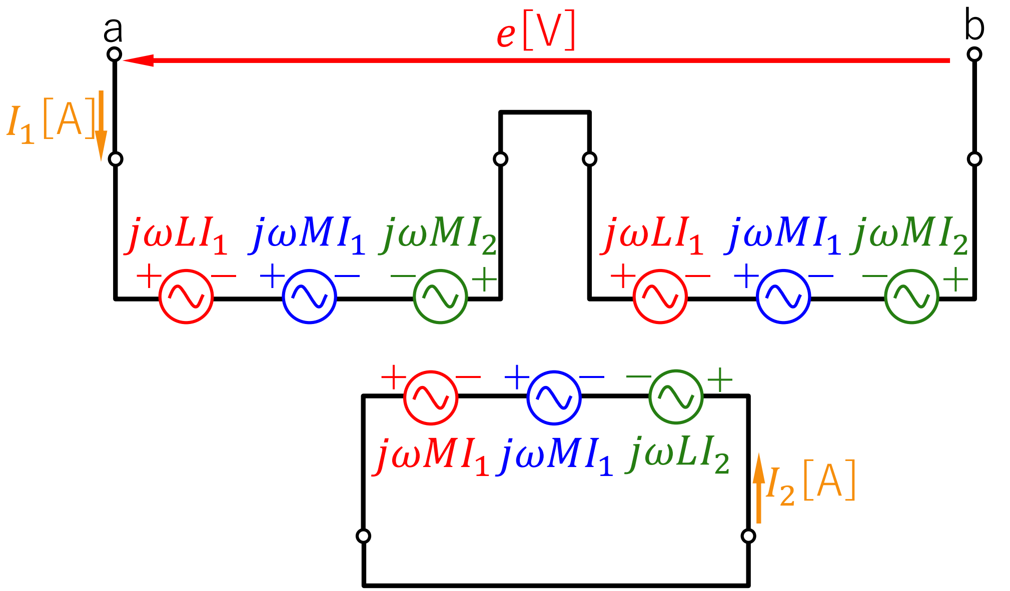
$$e = j\omega L_{ab} I_1 = j\omega L I_1 + j\omega M I_1 + j\omega L I_1 + j\omega M I_1 = j\omega(2L + 2M) I_1$$

$$\therefore\ L_{ab} = 2L + 2M$$

相互インダクタンス（4）　付録：計算例３

問）SW ON時のab間の自己インダクタンスL_{ab}[H]を求める。





$$0 = j\omega M I_1 + j\omega M I_1 - j\omega L I_2 = j\omega(2MI_1 - LI_2) \qquad I_2 = \frac{2MI_1}{L}$$

$$e = j\omega L_{ab} I_1 = j\omega L I_1 + j\omega M I_1 - j\omega M I_2 + j\omega L I_1 + j\omega M I_1 - j\omega M I_2 = j\omega\{(2L + 2M)I_1 - 2MI_2\}$$

$$= j\omega\left\{(2L + 2M)I_1 - 2M\frac{2MI_1}{L}\right\} = j\omega\left\{2L + 2M - \frac{4M^2}{L}\right\}I_1 \qquad \therefore\ L_{ab} = 2L + 2M - \frac{4M^2}{L}$$