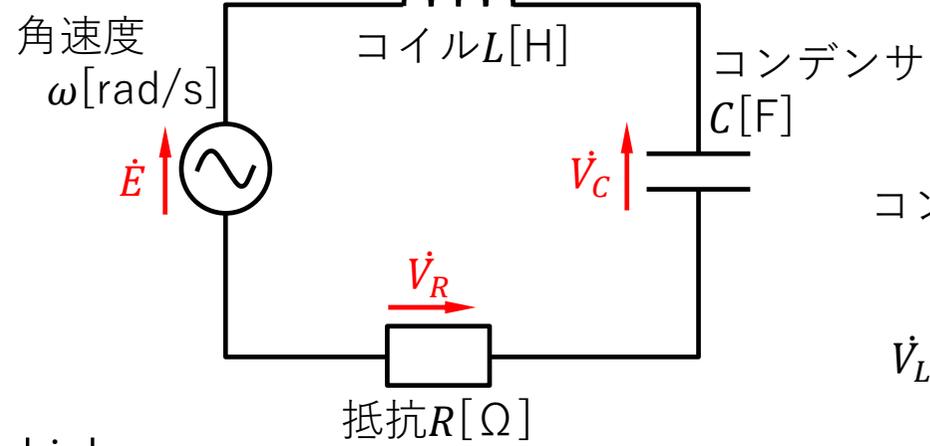


Q値 (直列回路)

共振角速度[rad/s] :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

直列共振時は、回路の合成インピーダンス Z のリアクタンス成分がゼロなので、 $Z = R$



回路電流は、
$$i = \frac{\dot{E}}{Z} = \frac{\dot{E}}{R}$$

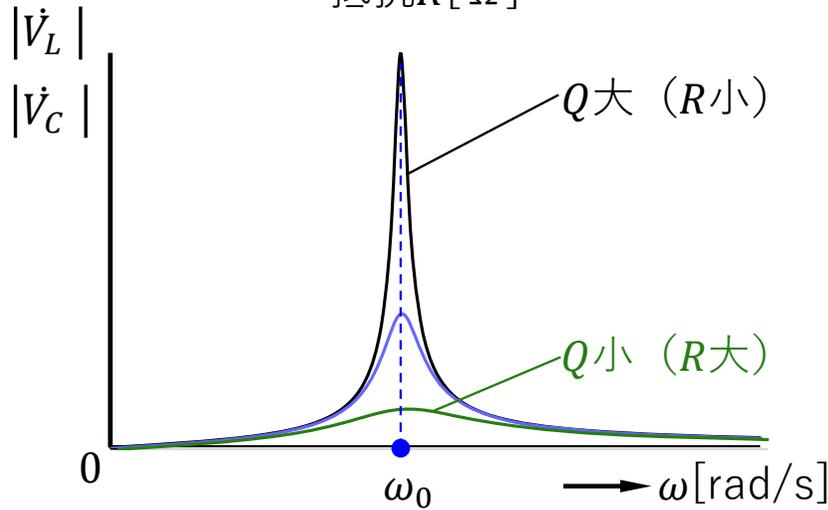
コンデンサ・コイルの逆起電力、 V_L 、 V_C は、 $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ と置くと、

$$V_L = j\omega_0 L i = j \frac{\omega_0 L}{R} \cdot \dot{E} = j \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \dot{E} = jQ \cdot \dot{E}$$

$$V_C = \frac{i}{j\omega_0 C} = -j \frac{1}{\omega_0 C R} \cdot \dot{E} = -j \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \dot{E} = -jQ \cdot \dot{E}$$

Qは、 V_L 、 V_C の、電源電圧 \dot{E} に対する、上昇比となる。

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R} \quad \text{※抵抗}R\text{が小さいほど、}Q\text{が大きい。}$$



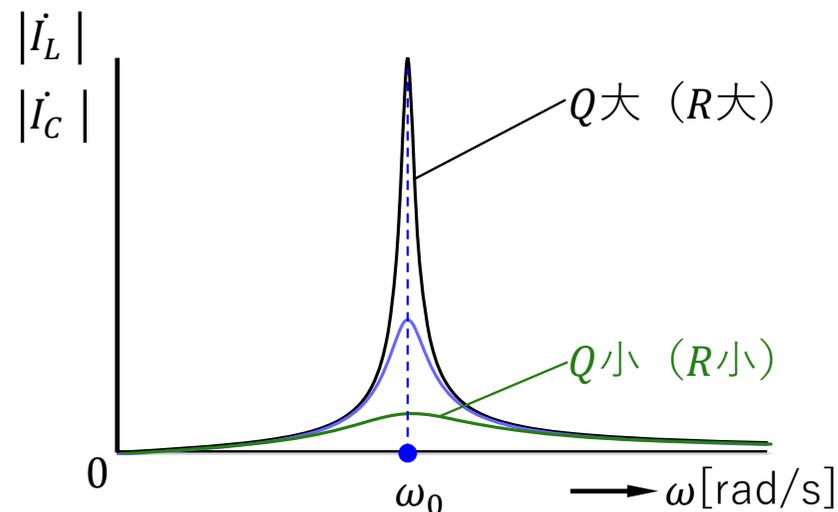
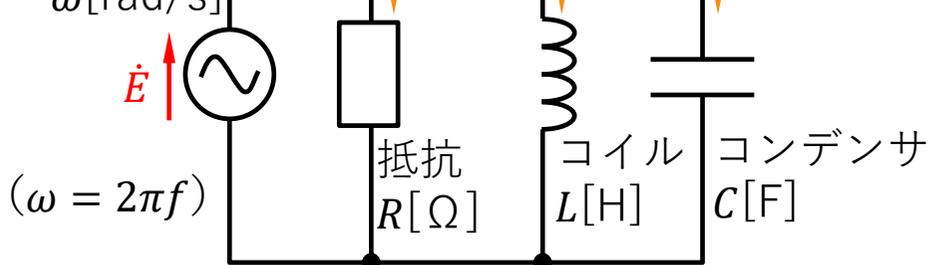
Q値 (並列回路)

共振角速度[rad/s] :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

周波数
 f [Hz]

角速度
 ω [rad/s]



並列共振時は、回路の合成アドミタンス \dot{Y} のサセプタンス成分がゼロなので、

$$\dot{Y} = \frac{1}{R} \quad \text{電源電圧は、} \quad \dot{E} = \frac{\dot{i}}{\dot{Y}} = R\dot{i}$$

コンデンサ・コイルの電流、 \dot{I}_L 、 \dot{I}_C は、 $Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}$ と置くと、

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{E}}{j\omega_0 L} = -j \frac{R}{\omega_0 L} \cdot \dot{i} = -j R \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \dot{i} = -jQ \cdot \dot{i}$$

$$\dot{I}_C = j\omega_0 C \dot{E} = j\omega_0 C R \cdot \dot{i} = j R \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \dot{i} = jQ \cdot \dot{i}$$

Q は、 \dot{I}_L 、 \dot{I}_C の、回路電流 \dot{i} に対する、上昇比となる。

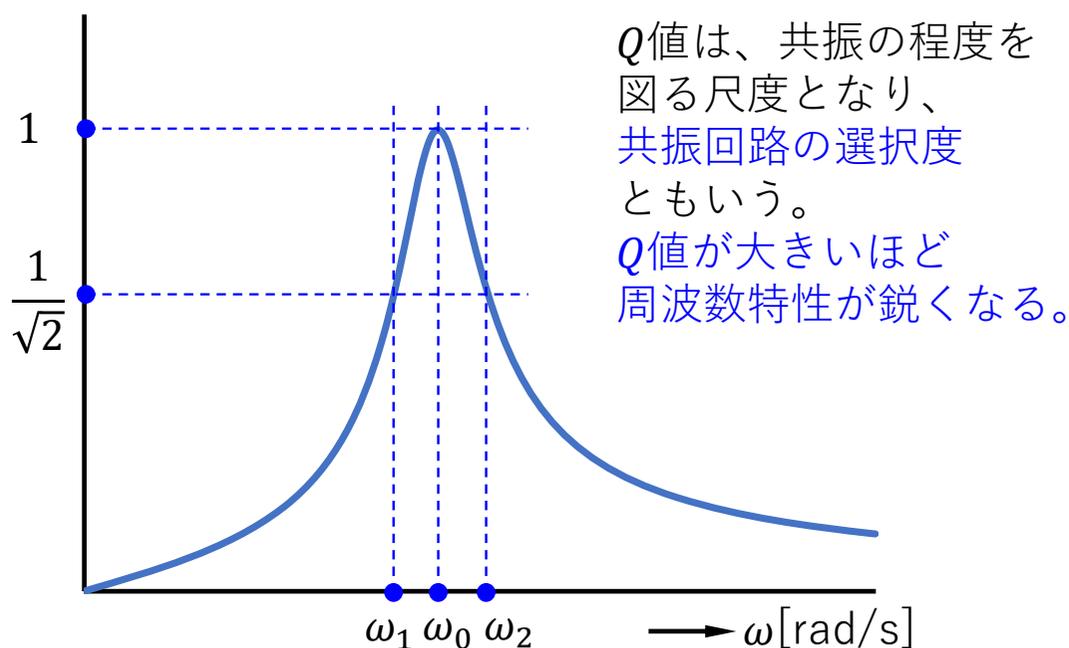
$$Q = R \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{R}{\omega_0 L} = \omega_0 C R \quad \text{※抵抗}R\text{が大きいほど、}Q\text{が大きい。}$$

Q値の定義 《Quality Factor》

$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1}$ で表す。但し、 ω_0 は共振角速度とし、

ω_1, ω_2 は、対象の大きさが、共振角速度のときの

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍の大きさになる角速度である。



【直列共振のQ値の導出】

直列共振時は、回路の合成インピーダンス \dot{Z} のリアクタンスがゼロなので、 $|\dot{Z}| = R$

リアクタンスの大きさが、 $|X| = R$ のとき、

$$|\dot{Z}| = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{2R^2} = \sqrt{2}R$$

となり、直列共振時の $\sqrt{2}$ 倍となる。

$|\dot{Z}|$ が $\sqrt{2}$ 倍になると、 $|i|$ が $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍となり、このときの角速度が、 ω_1, ω_2 である。

$R = \left| \omega L - \frac{1}{\omega C} \right|$ の ω を二次方程式より求めると、

$$\omega = \frac{RC + \sqrt{(RC)^2 + 4LC}}{2LC} \quad \dots \omega_2 \text{とする。}$$

$$\omega = \frac{-RC + \sqrt{(RC)^2 + 4LC}}{2LC} \quad \dots \omega_1 \text{とする。}$$

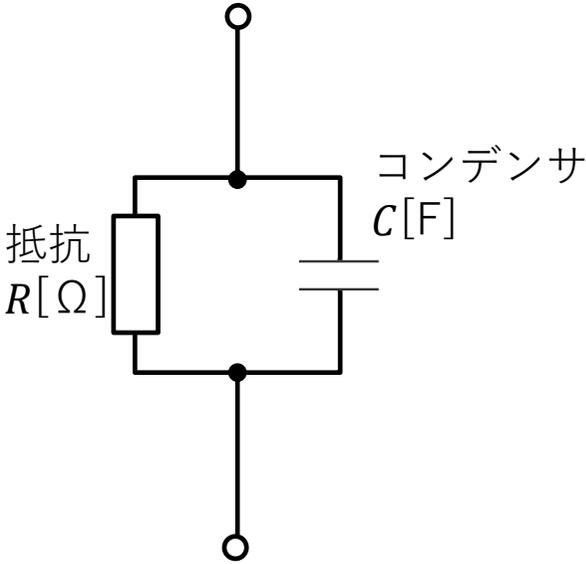
$$\omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L} \quad Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \frac{L}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

回路素子のQ値

周波数特性が鋭い回路を作るためには、直列回路では抵抗 $R[\Omega]$ を小さく、並列回路では大きくすれば良い。
理想的には、直列回路では $0[\Omega]$ 、並列回路では $\infty[\Omega]$ だが、現実の素子には図示の抵抗成分が存在する。



R が小さいほど
品質が良い



R が大きいほど
品質が良い

■コイルのQ値： Q_L

$$Q_L = \frac{\text{リアクタンス成分}}{\text{抵抗成分}} = \frac{|X|}{R} = \frac{\omega L}{R}$$

■コンデンサのQ値： Q_C

$$Q_C = \frac{\text{サセプタンス成分}}{\text{コンダクタンス成分}} = \frac{|B|}{G} = \omega C R$$

Q_L はコイル、 Q_C はコンデンサの品質の良さを表し、その値が大きいほど、周波数選択性が良い

理想コンデンサは、電圧に対する電流の位相差が $\frac{\pi}{2}$ [rad]だが、現実のコンデンサは、内在する抵抗成分より、 $\frac{\pi}{2} - \delta$ [rad]となる。
 $\tan \delta$ を誘電正接と呼び、 $Q_C = \tan \delta$ となる。