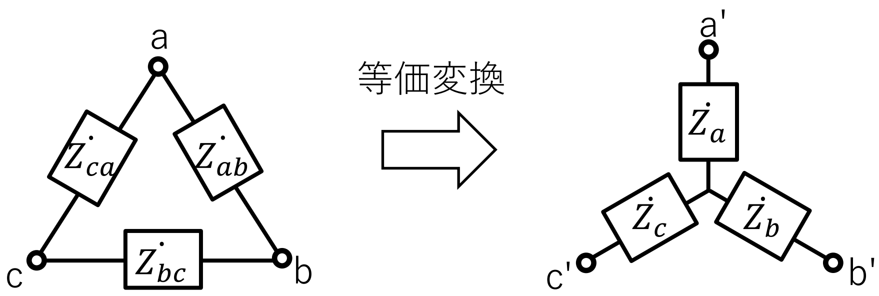
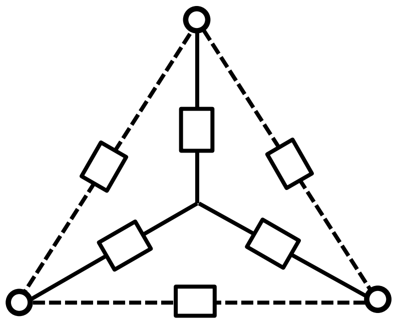
## Δ ⇒ Y 変換




$$\dot{Z}_a = \frac{\dot{Z}_{ab}\dot{Z}_{ca}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{ca}}$$

$$\dot{Z}_b = \frac{\dot{Z}_{bc}\dot{Z}_{ab}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{ca}}$$

$$\dot{Z}_c = \frac{\dot{Z}_{ca}\dot{Z}_{bc}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{ca}}$$



・端子ab＝a'b'間インピーダンス

$$\frac{\dot{Z}_{ab}(\dot{Z}_{ca} + \dot{Z}_{bc})}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{ca}} = \dot{Z}_a + \dot{Z}_b \quad \cdots ①$$

・端子bc＝b'c'間インピーダンス

$$\frac{\dot{Z}_{bc}(\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{ca})}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{ca}} = \dot{Z}_b + \dot{Z}_c \quad \cdots ②$$

・端子ca＝c'a'間インピーダンス

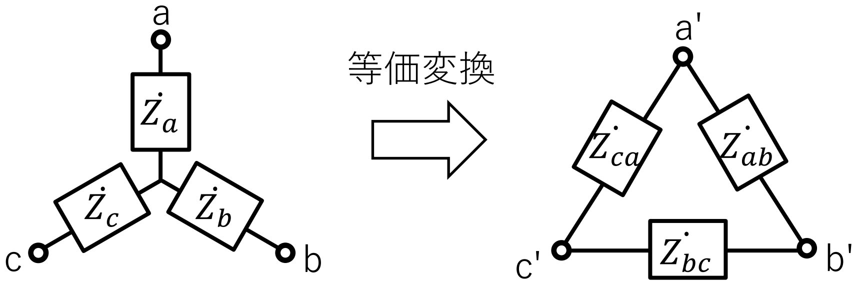
$$\frac{\dot{Z}_{ca}(\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc})}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{ca}} = \dot{Z}_c + \dot{Z}_a \quad \cdots ③$$

・①＋③ー②より、

$$\frac{2\dot{Z}_{ab}\dot{Z}_{ca}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{ca}} = 2\dot{Z}_a \qquad \therefore \quad \dot{Z}_a = \frac{\dot{Z}_{ab}\dot{Z}_{ca}}{\dot{Z}_{ab} + \dot{Z}_{bc} + \dot{Z}_{ca}}$$

（$\dot{Z}_b, \dot{Z}_c$も同様）

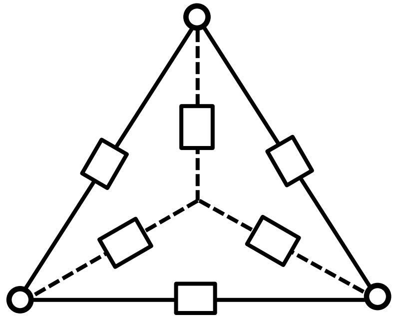
## Y ⇒ Δ変換




$$\dot{Z}_{ab} = \frac{\dot{Z}_a\dot{Z}_b + \dot{Z}_b\dot{Z}_c + \dot{Z}_c\dot{Z}_a}{\dot{Z}_c}$$

$$\dot{Z}_{bc} = \frac{\dot{Z}_a\dot{Z}_b + \dot{Z}_b\dot{Z}_c + \dot{Z}_c\dot{Z}_a}{\dot{Z}_a}$$

$$\dot{Z}_{ca} = \frac{\dot{Z}_a\dot{Z}_b + \dot{Z}_b\dot{Z}_c + \dot{Z}_c\dot{Z}_a}{\dot{Z}_b}$$



・端子bc, b'c'間短絡し、端子ab＝a'b'間アドミタンス

$$\frac{\dot{Y}_a\left(\dot{Y}_b + \dot{Y}_c\right)}{\dot{Y}_a + \dot{Y}_b + \dot{Y}_c} = \dot{Y}_{ab} + \dot{Y}_{ca} \quad \cdots ①$$

・端子ca,c'a'間短絡し、端子bc＝b'c'間アドミタンス

$$\frac{\dot{Y}_b\left(\dot{Y}_a + \dot{Y}_c\right)}{\dot{Y}_a + \dot{Y}_b + \dot{Y}_c} = \dot{Y}_{bc} + \dot{Y}_{ab} \quad \cdots ②$$

・端子ab,a'b'間短絡し、端子ca＝c'a'間アドミタンス

$$\frac{\dot{Y}_c\left(\dot{Y}_a + \dot{Y}_b\right)}{\dot{Y}_a + \dot{Y}_b + \dot{Y}_c} = \dot{Y}_{ca} + \dot{Y}_{bc} \quad \cdots ③$$

・①＋③－②より、

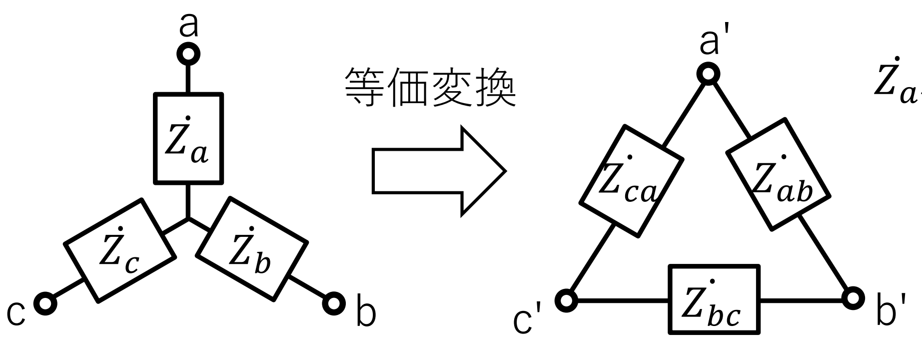
$$\frac{2\dot{Y}_a\dot{Y}_c}{\dot{Y}_a + \dot{Y}_b + \dot{Y}_c} = 2\dot{Y}_{ca} \qquad \therefore\ \dot{Y}_{ca} = \frac{\dot{Y}_a\dot{Y}_c}{\dot{Y}_a + \dot{Y}_b + \dot{Y}_c}$$

・アドミタンス→インピーダンス

$$\frac{1}{\dot{Z}_{ca}} = \frac{\frac{1}{\dot{Z}_a\dot{Z}_c}}{\frac{1}{\dot{Z}_a} + \frac{1}{\dot{Z}_b} + \frac{1}{\dot{Z}_c}} = \frac{\dot{Z}_b}{\dot{Z}_a\dot{Z}_b + \dot{Z}_b\dot{Z}_c + \dot{Z}_c\dot{Z}_a}$$

$$\therefore\ \dot{Z}_{ca} = \frac{\dot{Z}_a\dot{Z}_b + \dot{Z}_b\dot{Z}_c + \dot{Z}_c\dot{Z}_a}{\dot{Z}_b} \qquad (\dot{Z}_{ab}, \dot{Z}_{bc}\text{も同様})$$

Y ⇒ Δ変換　《導出の別解》




Δ ⇒ Y変換の公式より

$$\dot{Z}_a = \frac{\dot{Z}_{ab}\dot{Z}_{ca}}{\dot{Z}_{ab}+\dot{Z}_{bc}+\dot{Z}_{ca}} \quad \cdots ①$$

$$\dot{Z}_b = \frac{\dot{Z}_{bc}\dot{Z}_{ab}}{\dot{Z}_{ab}+\dot{Z}_{bc}+\dot{Z}_{ca}} \quad \cdots ②$$

$$\dot{Z}_c = \frac{\dot{Z}_{ca}\dot{Z}_{bc}}{\dot{Z}_{ab}+\dot{Z}_{bc}+\dot{Z}_{ca}} \quad \cdots ③$$

①×②＋②×③＋③×①として　$\dot{\Delta} = \dot{Z}_{ab}+\dot{Z}_{bc}+\dot{Z}_{ca}$ と置くと、

$$\dot{Z}_a\dot{Z}_b+\dot{Z}_b\dot{Z}_c+\dot{Z}_c\dot{Z}_a = \frac{\dot{Z}_{ab}\dot{Z}_{ab}\dot{Z}_{bc}\dot{Z}_{ca}}{\dot{\Delta}\dot{\Delta}} + \frac{\dot{Z}_{ab}\dot{Z}_{bc}\dot{Z}_{bc}\dot{Z}_{ca}}{\dot{\Delta}\dot{\Delta}} + \frac{\dot{Z}_{ab}\dot{Z}_{bc}\dot{Z}_{ca}\dot{Z}_{ca}}{\dot{\Delta}\dot{\Delta}}$$

$$= \frac{\dot{Z}_{ab}\dot{Z}_{bc}\dot{Z}_{ca}(\dot{Z}_{ab}+\dot{Z}_{bc}+\dot{Z}_{ca})}{\dot{\Delta}\dot{\Delta}} = \frac{\dot{Z}_{ab}\dot{Z}_{bc}\dot{Z}_{ca}\dot{\Delta}}{\dot{\Delta}\dot{\Delta}}$$

$$= \frac{\dot{Z}_{ab}\dot{Z}_{bc}\dot{Z}_{ca}}{\dot{\Delta}} = \frac{\dot{Z}_{ab}\dot{Z}_{bc}\dot{Z}_{ca}}{\dot{Z}_{ab}+\dot{Z}_{bc}+\dot{Z}_{ca}} \quad \cdots ④$$

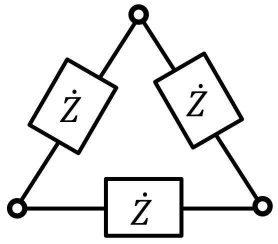
④に③を代入して、 $\dot{Z}_a\dot{Z}_b+\dot{Z}_b\dot{Z}_c+\dot{Z}_c\dot{Z}_a = \dot{Z}_{ab}\dot{Z}_c$

$$\dot{Z}_{ab} = \frac{\dot{Z}_a\dot{Z}_b+\dot{Z}_b\dot{Z}_c+\dot{Z}_c\dot{Z}_a}{\dot{Z}_c}$$

④に①を代入して、 $$\dot{Z}_{bc} = \frac{\dot{Z}_a\dot{Z}_b+\dot{Z}_b\dot{Z}_c+\dot{Z}_c\dot{Z}_a}{\dot{Z}_a}$$

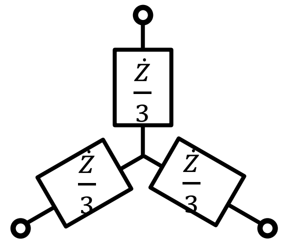
④に②を代入して、 $$\dot{Z}_{ca} = \frac{\dot{Z}_a\dot{Z}_b+\dot{Z}_b\dot{Z}_c+\dot{Z}_c\dot{Z}_a}{\dot{Z}_b}$$

## Δ⇔Y変換　　　《三相平衡負荷》 ※各相のインピーダンスが全て等しいとき

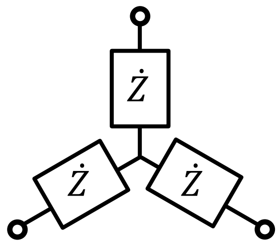



等価変換

$$\frac{\dot{Z}\dot{Z}}{\dot{Z}+\dot{Z}+\dot{Z}}=\frac{\dot{Z}}{3}$$

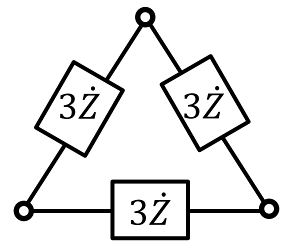



Δ ⇒ Y 変換：$\frac{1}{3}$倍になる




等価変換

$$\frac{\dot{Z}\dot{Z}+\dot{Z}\dot{Z}+\dot{Z}\dot{Z}}{\dot{Z}}=3\dot{Z}$$

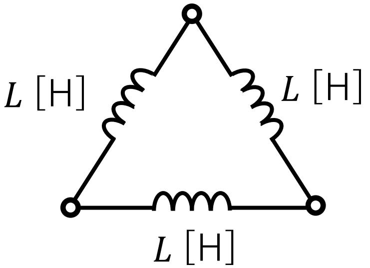



Y ⇒ Δ 変換：3倍になる

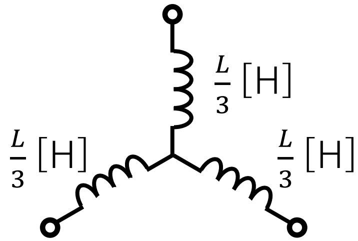
重要：Δ⇔Y変換の公式は、$\dot{Z}$：インピーダンス［Ω］（単位Ωであることがポイント）に対して成立する。
コイルのインダクタンス$L$ [H]やコンデンサの静電容量$C$ [F]は、リアクタンス$X$[Ω]にしてから
Δ⇔Y変換の公式に適用すること。

Δ ⇔ Y変換　　　《コイルインダクタンス》

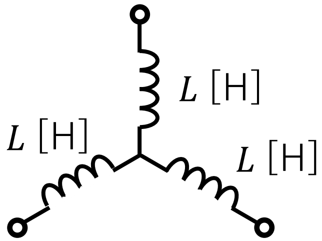
コイルのリアクタンス$X$[Ω]の大きさはインダクタンス$L$[H]を用いて、 $X = \omega L$で表す。
インダクタンス$L$[H]がリアクタンス$X$[Ω]と比例関係なので、Δ ⇔ Y変換の関係がそのまま使える。



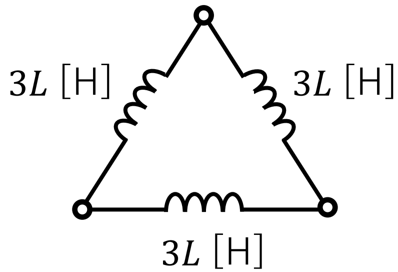

等価変換




Δ ⇒ Y変換：$\frac{1}{3}$倍になる



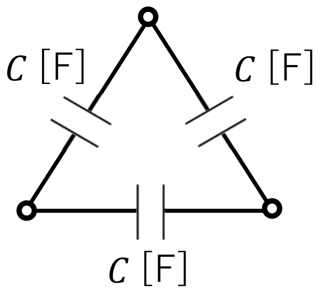

等価変換



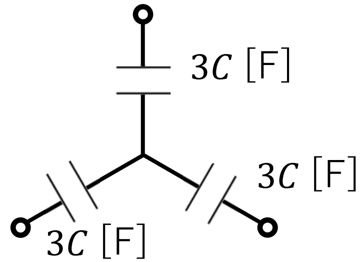

Y ⇒ Δ変換：3倍になる

## Δ⇔Y変換　　　《コンデンサ静電容量》

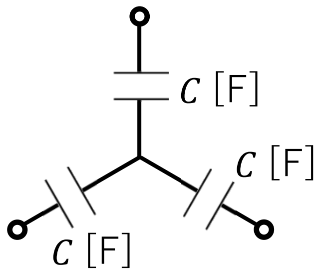
コンデンサのリアクタンス$X$[Ω]の大きさは静電容量$C$[F]を用いて、$X=\frac{1}{\omega C}$　で表す。
静電容量$C$[F]がリアクタンス$X$[Ω]と反比例関係なので、Δ⇔Y変換の関係が逆になる。



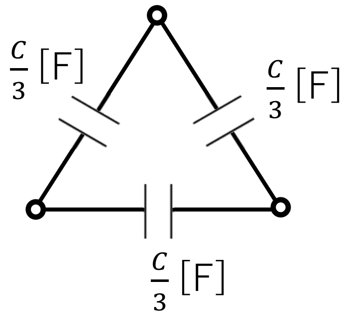

等価変換




Δ ⇒ Y変換：3倍になる




等価変換




Y ⇒ Δ変換：$\frac{1}{3}$倍になる