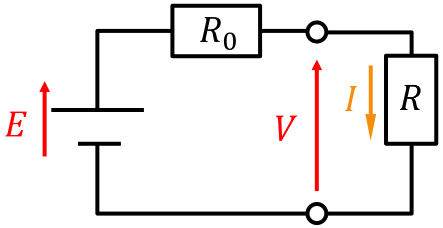
最大電力供給の定理

■直流回路のとき

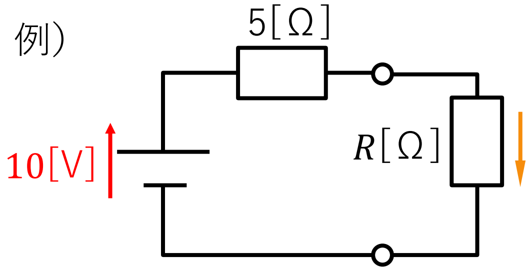
負荷Rが最大電力を出す条件は

$R = R_0$



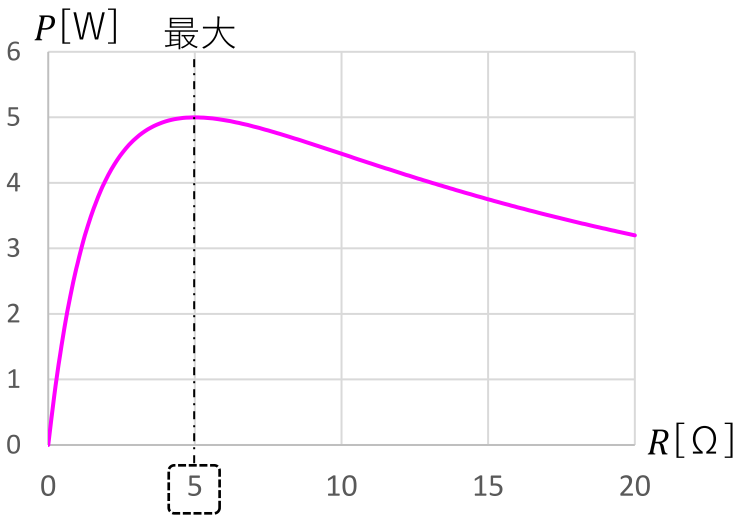
内部抵抗　R_0

例）



$I = \frac{10}{5+R}$[A]

P[W]：$P = R \cdot I^2 = R \cdot \left(\frac{10}{5+R}\right)^2$



最大電力供給の定理

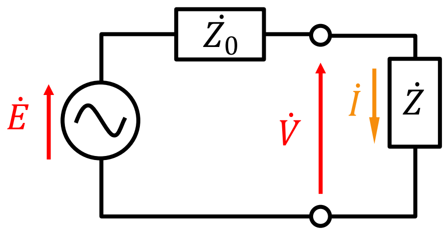
■交流回路のとき

負荷$\dot{Z}$が最大電力を出す条件は

$$\dot{Z} = \overline{\dot{Z}_0} = r_0 - jx_0$$

このとき、回路の合成インピーダンスは

$$\dot{Z} + \dot{Z}_0 = \dot{Z} + \overline{\dot{Z}_0} = r_0 + jx_0 + r_0 - jx_0 = 2r_0$$



内部インピーダンス　$\dot{Z}_0 = r_0 + jx_0$

最大電力供給の定理が成立している状態を、
インピーダンス整合
（インピーダンス・マッチング）
がなされていると表現する。

《最大電力供給の定理の導出》

負荷インピーダンス　$\dot{Z} = r + jx$　とすると

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{\dot{Z} + \dot{Z}_0} = \frac{E}{r + r_0 + j(x + x_0)} \qquad |\dot{I}| = \frac{E}{\sqrt{(r+r_0)^2 + (x+x_0)^2}}$$

$$P = r|\dot{I}|^2 = \frac{E^2 r}{(r+r_0)^2 + (x+x_0)^2} = \frac{E^2}{\frac{r_0{}^2}{r} + 2r_0 + r + \frac{1}{r}(x+x_0)^2}$$

Pの式の分母が最小になるときが、Pが最大になるときなので、
$\frac{r_0{}^2}{r} + 2r_0 + r + \frac{1}{r}(x+x_0)^2$が最小になる条件を求める。

$\frac{1}{r}(x+x_0)^2$の項は、$x + x_0 = 0$のとき、ゼロとなり、
明らかに最小である。　∴　$x = -x_0$

$\frac{r_0{}^2}{r} + 2r_0 + r$ の項は、導関数より最小値になる条件を求める。

$f = \frac{r_0{}^2}{r} + 2r_0 + r$ とすると、$f' = -\frac{r_0{}^2}{r^2} + 1 = 0$　∴　$r = r_0$

∴　$\dot{Z} = r_0 - \mathrm{j}x_0$のとき、電力$P$は最大となる。