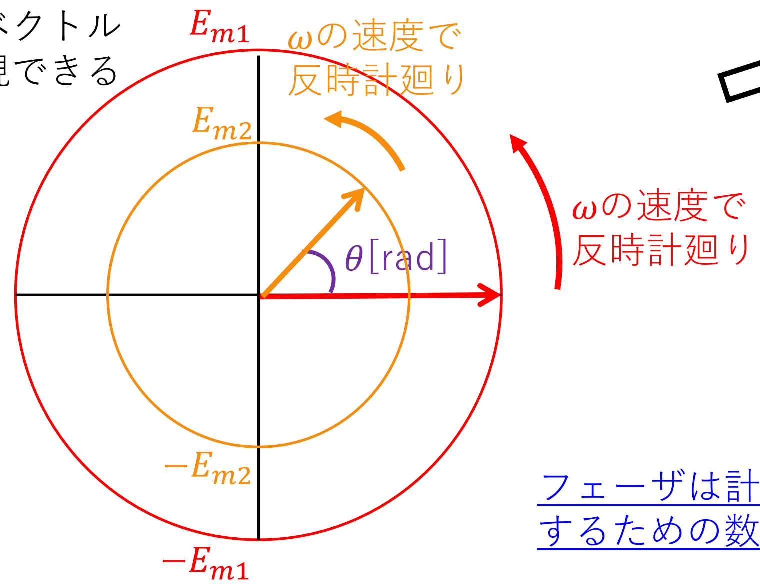
フェーザ表示（1）　－フェーザ表示の意味

原関数
$$\begin{cases} e_1(t) = E_{m1} sin\omega t \\ e_2(t) = E_{m2} sin(\omega t + \theta) \end{cases}$$

$$e_1(t) + e_2(t) = \underline{E_{m1} sin\omega t + E_{m2} sin(\omega t + \theta) = \cdots\cdots}$$

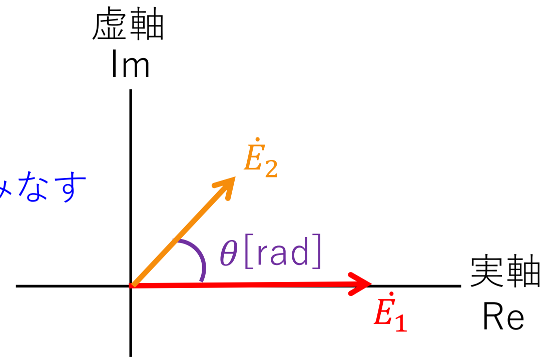
計算が大変！

回転ベクトル
で表現できる



フェーザは計算を簡単に
するための数学的ツール

複素数平面上の
静止ベクトルとみなす
（フェーザ図）



複素数表示として
計算する

複素数表示
$$\begin{cases} \dot{E}_1 = E_1 \\ \dot{E}_2 = E_2\,(\cos\theta + j\sin\theta) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_1 + \dot{E}_2 &= E_1 + E_2(\cos\theta + j\sin\theta) \\ &= \underline{E_1 + E_2\cos\theta + jE_2\sin\theta} \end{aligned}$$

四則演算で簡単に計算できる！

計算結果を原関数に変換することも可能

フェーザ表示（２） －フェーザの根拠

交流電圧[V]：$e(t) = E_M \sin(\omega t + \theta)$　　オイラーの公式：$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$

$$E_M e^{j(\omega t+\theta)} = \underbrace{E_M \cos(\omega t+\theta)}_{\text{実部}} + j\underbrace{E_M \sin(\omega t+\theta)}_{\text{虚部}}$$

$$e(t) = \mathrm{Im}\left(E_M e^{j(\omega t+\theta)}\right)$$ ※ Imは虚部を示す

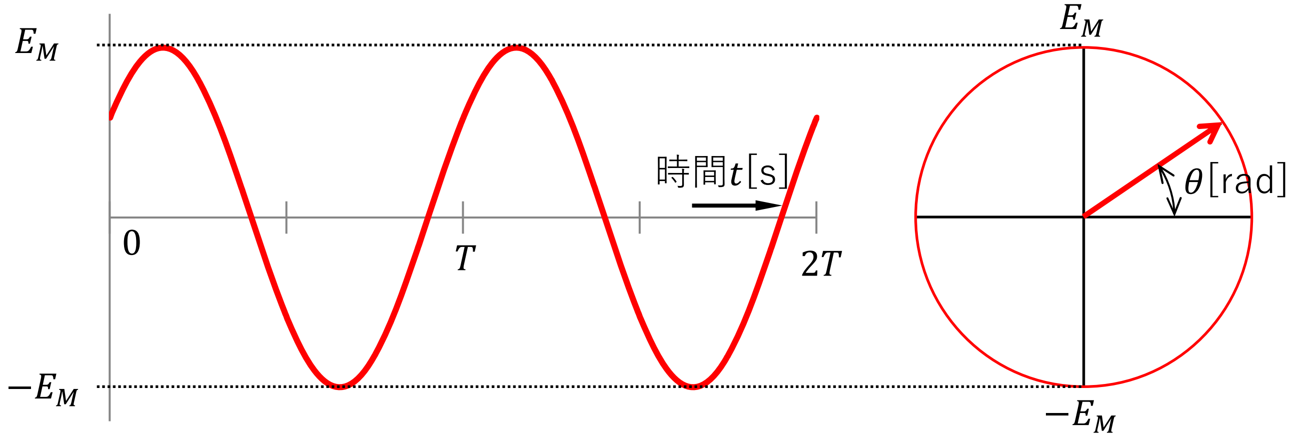
※$\dot{E}$をフェーザと呼ぶ

$$E_M e^{j(\omega t+\theta)} = \underbrace{E_M}_{\text{大きさ}} \cdot \underbrace{e^{j\theta}}_{\text{位相}} \cdot \underbrace{e^{j\omega t}}_{\text{回転}} = \dot{E} \cdot \underbrace{e^{j\omega t}}_{\text{回転}} \Rightarrow \underbrace{\dot{E} = E e^{j\theta}}_{\text{大きさと位相}}$$

$\left(E = \frac{E_M}{\sqrt{2}} \right)$ 大きさは実効値とする

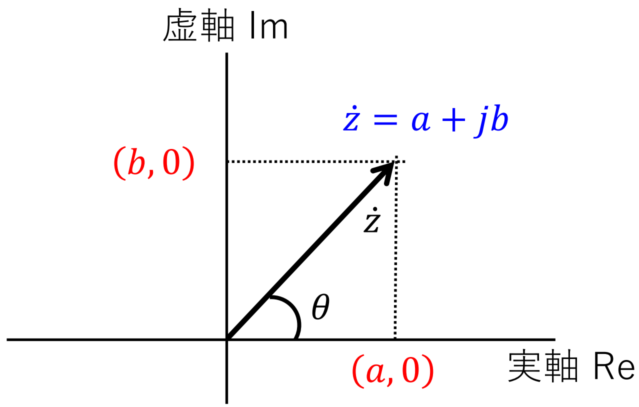
フェーザは原関数から、時間で回転する$e^{j\omega t}$の成分を無くして、大きさ成分と位相成分のみ、抽出したもの

各種計算後のフェーザに$e^{j\omega t}$を掛けて虚部を取り出すと、原関数になる。（大きさは実行値から瞬時値に戻す）



フェーザ表示（３）　－フェーザの表示形式

＜直交形式＞



$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{b}{a}$$

直交⇒極

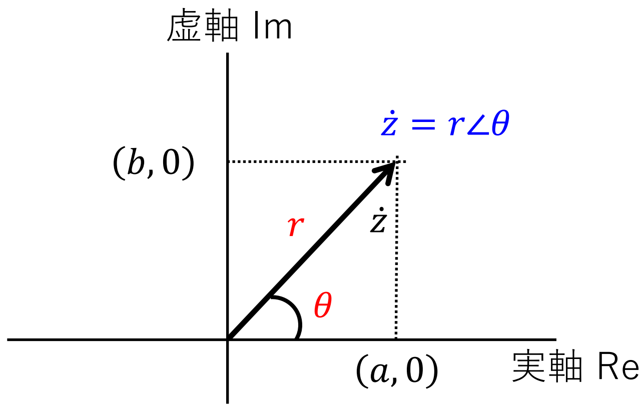
$$\dot{z} = \sqrt{a^2 + b^2}\angle\tan^{-1}\frac{b}{a}$$

極⇒直交

$$\begin{aligned}\dot{z} &= r\cos\theta + j\,r\sin\theta \\ &= r(\cos\theta + j\sin\theta) \\ &= re^{j\theta}\end{aligned}$$

オイラーの公式　$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$

＜極形式＞



$a = r\cos\theta$　……　$\cos\theta = \dfrac{a}{r}$ より

$b = r\sin\theta$　……　$\sin\theta = \dfrac{b}{r}$ より

※フェーザは、青字のいずれの表記にも変換可能。状況に応じて使いやすい表記を使用する。

フェーザ表示（４） －フェーザの計算

【加算・減算】

直交形式：$\dot{z_1}=a+jb$ 、$\dot{z_2}=c+jd$

$$\dot{z_1}\pm\dot{z_2}=(a\pm b)+j(c\pm d)$$

極形式 ：$\dot{z_1}=r_1\angle\theta_1$ 、$\dot{z_2}=r_2\angle\theta_2$

※そのまま計算できないので、
直交形式に変換して計算

$$\dot{z_1}=r_1(\cos\theta_1+j\sin\theta_1)、\dot{z_2}=r_2(\cos\theta_2+j\sin\theta_2)$$

$$\dot{z_1}\pm\dot{z_2}=r_1\cos\theta_1\pm r_2\cos\theta_2+j\,(r_1\sin\theta_1\pm r_2\sin\theta_2)$$

加算・減算は直交形式が簡単

【乗算・除算】

直交形式：$\dot{z_1}=a+jb$ 、$\dot{z_2}=c+jd$

$$\dot{z_1}\cdot\dot{z_2}=(a+jb)(c+jd)$$

$$\frac{\dot{z_1}}{\dot{z_2}}=\frac{a+jb}{c+jd}=\boxed{\frac{(a+jb)(c-jd)}{(c+jd)(c-jd)}}=\frac{(a+jb)(c-jd)}{c^2+d^2}$$

分母の実数化
（分母の
共役複素数を
分子・分母に
かける）

極形式 ：$\dot{z_1}=r_1\angle\theta_1$ 、$\dot{z_2}=r_2\angle\theta_2$

$$\dot{z_1}\cdot\dot{z_2}=r_1r_2\angle(\theta_1+\theta_2)=r_1r_2e^{j(\theta_1+\theta_2)}$$

$$\frac{\dot{z_1}}{\dot{z_2}}=\frac{r_1}{r_2}\angle(\theta_1-\theta_2)=\frac{r_1}{r_2}e^{j(\theta_1-\theta_2)}$$

乗算・除算は極形式が簡単

乗算・除算後の大きさを求めるだけで良いときは、
先に大きさを計算して乗算・除算した方が簡単な場合が多い

$$|\dot{z_1}\cdot\dot{z_2}|=|\dot{z_1}|\cdot|\dot{z_2}| \quad 、\quad \left|\frac{\dot{z_1}}{\dot{z_2}}\right|=\frac{|\dot{z_1}|}{|\dot{z_2}|}$$