誘導機（４）－１《誘導電動機のトルク》

$r_1[\Omega]$：一次抵抗　　$x_1[\Omega]$：一次リアクタンス
$Y_0[\mathrm{S}]$：励磁アドミタンス
$r_2[\Omega]$：二次抵抗　※一次電圧換算値
$x_2[\Omega]$：二次リアクタンス　※一次電圧換算値

$$\dot{i}=\frac{\frac{V}{\sqrt{3}}}{\left\{r_1+r_2+r_2\left(\frac{1-s}{s}\right)\right\}+j(x_1+x_2)}=\frac{\frac{V}{\sqrt{3}}}{\left(r_1+\frac{r_2}{s}\right)+jx}$$

$$|\dot{i}|=\frac{\frac{V}{\sqrt{3}}}{\sqrt{\left(r_1+\frac{r_2}{s}\right)^2+x^2}}\cdots①$$

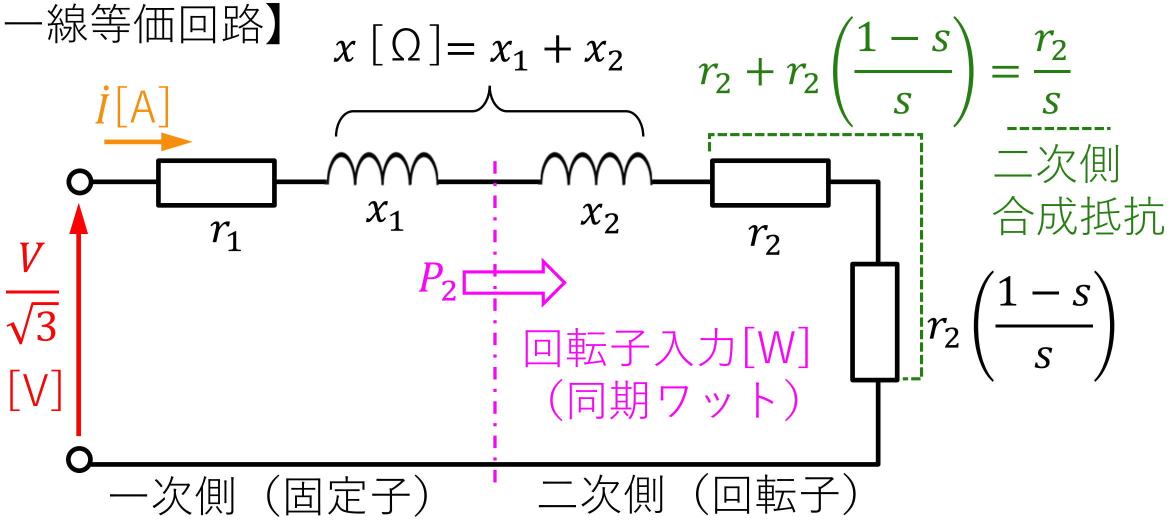
回転子入力[W]：$P_2=3\cdot\frac{r_2}{s}\cdot|\dot{i}|^2$
（同期ワット）

①より

$$=3\cdot\frac{r_2}{s}\cdot\boxed{\frac{\frac{V^2}{3}}{\left(r_1+\frac{r_2}{s}\right)^2+x^2}}$$

$$=V^2\cdot\frac{\frac{r_2}{s}}{\left(r_1+\frac{r_2}{s}\right)^2+x^2}$$

【一線等価回路】



誘導機（４）－２《誘導電動機のトルク》

回転子入力[W]： $P_2 = V^2 \cdot \dfrac{\frac{r_2}{s}}{\left(r_1+\frac{r_2}{s}\right)^2+x^2}$ ・・・①
（同期ワット）

<誘導電動機のトルクの導出>

$$T = \frac{P_o}{\omega} = \frac{P_2(1-s)}{\omega_s(1-s)}$$

$P_2 : P_o = 1 : 1-s$ より

③より

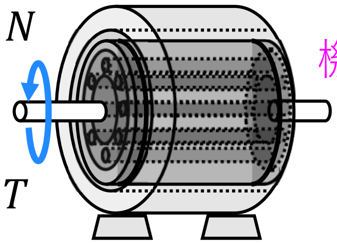
②より

$$= \frac{P_2}{\omega_s} = \frac{V^2}{\omega_s}\cdot\frac{\frac{r_2}{s}}{\left(r_1+\frac{r_2}{s}\right)^2+x^2}$$

①より

$$\therefore\quad T = \frac{V^2}{\omega_s}\cdot\frac{\frac{r_2}{s}}{\left(r_1+\frac{r_2}{s}\right)^2+x^2}$$

回転速度[rpm]：N



機械出力[W]：P_o

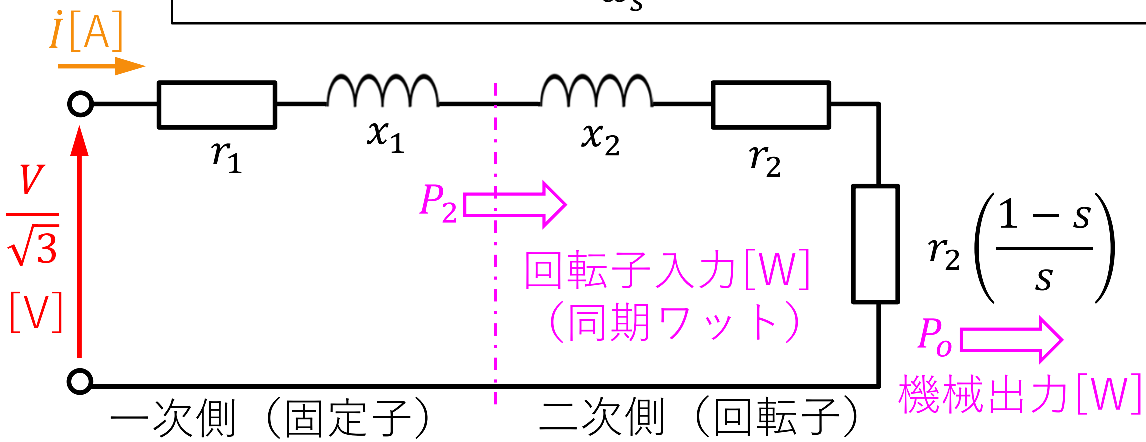
トルク[N・m]：T

角速度[rad/s]：$\omega = 2\pi\dfrac{N}{60} = \dfrac{\pi N}{30}$

仕事率（動力）[W]：$P_o = \omega T$　　$T = \dfrac{P_o}{\omega}$ ・・・②

同期角速度[rad/s]：ω_s

すべり[p.u.]： $s = \dfrac{\omega_s-\omega}{\omega_s}$　　$\omega = \omega_s(1-s)$・・・③



誘導機（４）－３《誘導電動機のトルク》

<トルクの式>

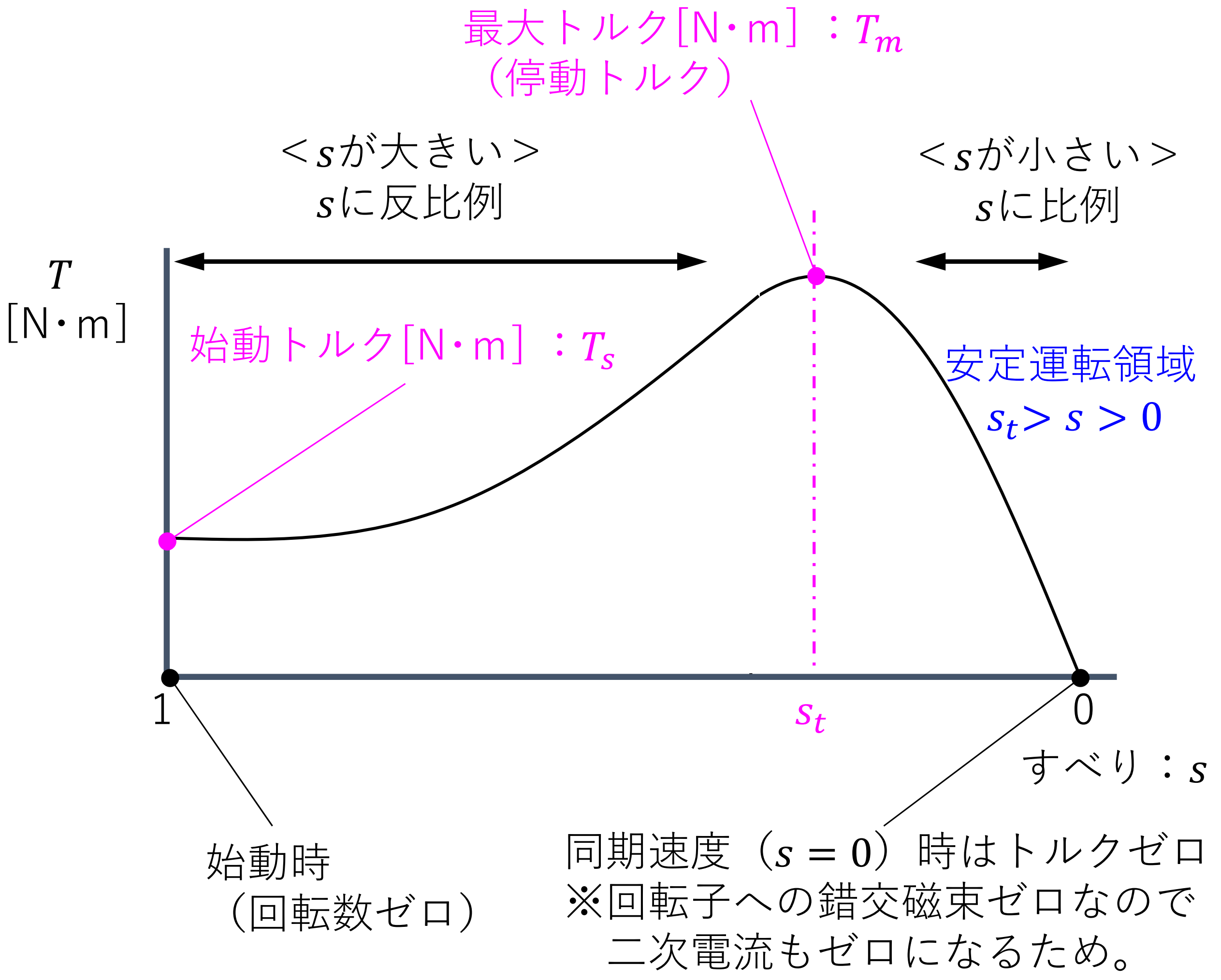
$$T = \frac{V^2}{\omega_s} \cdot \frac{\frac{r_2}{s}}{\left(r_1 + \frac{r_2}{s}\right)^2 + x^2}$$

■sが小さい範囲では、$\frac{r_2}{s} \gg r_1$、$\frac{r_2}{s} \gg x$

$$T \fallingdotseq \frac{V^2}{\omega_s} \cdot \frac{\frac{r_2}{s}}{\left(\frac{r_2}{s}\right)^2} = \frac{V^2 s}{\omega_s r_2} \quad \cdots \quad s\text{に比例}$$

■sが大きい範囲では、$x \gg r_1 + \frac{r_2}{s}$

$$T \fallingdotseq \frac{V^2}{\omega_s} \cdot \frac{\frac{r_2}{s}}{x^2} = \frac{V^2 r_2}{\omega_s x^2 s} \quad \cdots \quad s\text{に反比例}$$



誘導機（４）－４　《誘導電動機のトルク》

<トルクの式>　$T=\dfrac{V^2}{\omega_s}\cdot\dfrac{\dfrac{r_2}{s}}{\left(r_1+\dfrac{r_2}{s}\right)^2+x^2}$

<始動トルク>　※$s=1$のときの、トルクT_sを求める。

$$T_s=\frac{V^2}{\omega_s}\cdot\frac{r_2}{(r_1+r_2)^2+x^2}$$

<停動トルク>　※トルク最大時のすべりs_tとトルクT_mを求める。

$$T=\frac{V^2}{\omega_s}\cdot\frac{\dfrac{r_2}{s}}{\left(r_1+\dfrac{r_2}{s}\right)^2+x^2}=\frac{V^2}{\omega_s}\cdot\frac{\dfrac{r_2}{s}}{{r_1}^2+\dfrac{2r_1r_2}{s}+\dfrac{{r_2}^2}{s^2}+x^2}=\frac{V^2}{\omega_s}\cdot\frac{r_2}{({r_1}^2+x^2)s+2r_1r_2+\dfrac{{r_2}^2}{s}}$$

トルク最大となるよう分母が最小であれば良い。

$$\frac{d}{ds}\left\{({r_1}^2+x^2)s+2r_1r_2+\frac{{r_2}^2}{s}\right\}=({r_1}^2+x^2)-\frac{{r_2}^2}{s^2}=0\qquad s^2=\frac{{r_2}^2}{({r_1}^2+x^2)}$$

トルク最大時のすべりをs_tとする。

$$s_t=\frac{r_2}{\sqrt{{r_1}^2+x^2}}$$

$$T_m=\frac{V^2}{\omega_s}\cdot\frac{\dfrac{r_2}{s_t}}{{r_1}^2+\dfrac{2r_1r_2}{s_t}+\dfrac{{r_2}^2}{{s_t}^2}+x^2}=\frac{V^2}{\omega_s}\cdot\frac{\sqrt{{r_1}^2+x^2}}{{r_1}^2+2r_1\sqrt{{r_1}^2+x^2}+({r_1}^2+x^2)+x^2}=\frac{V^2}{2\omega_s}\cdot\frac{\sqrt{{r_1}^2+x^2}}{r_1\sqrt{{r_1}^2+x^2}+({r_1}^2+x^2)}$$

$$T_m=\frac{V^2}{2\omega_s}\cdot\frac{1}{r_1+\sqrt{{r_1}^2+x^2}}$$

※T_mはr_2に関係しない

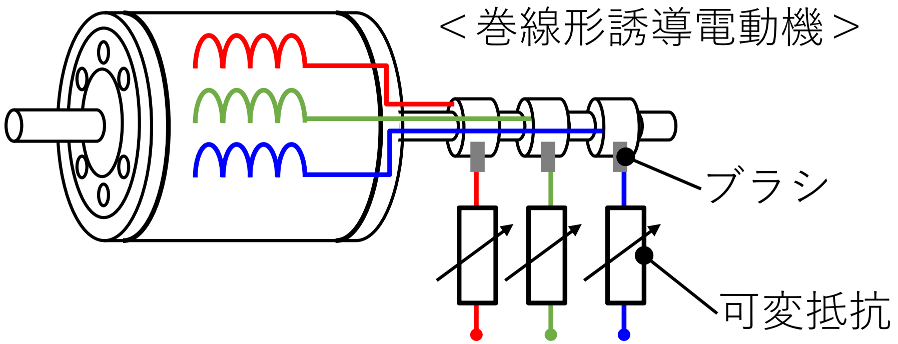
誘導機（４）－５ 《誘導電動機のトルク》

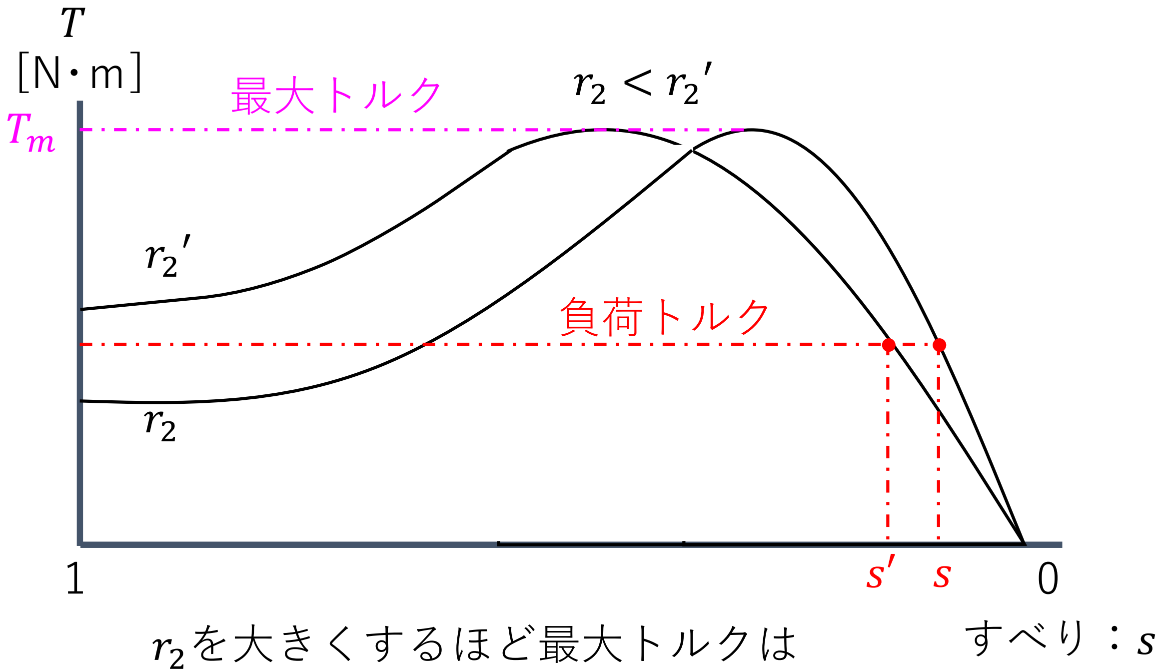
$$T=\frac{V^2}{\omega_s}\cdot\frac{\frac{r_2}{s}}{\left(r_1+\frac{r_2}{s}\right)^2+x^2}=\frac{V^2}{\omega_s}\cdot\frac{\frac{r_2'}{s'}}{\left(r_1+\frac{r_2'}{s'}\right)^2+x^2}$$

$\dfrac{r_2}{s}=\dfrac{r_2'}{s'}$ のとき、トルクTは変わらない。

この性質を比例推移と呼ぶ。

$r_2 : s = r_2' : s'$　※r_2が2倍になれば すべりsも2倍

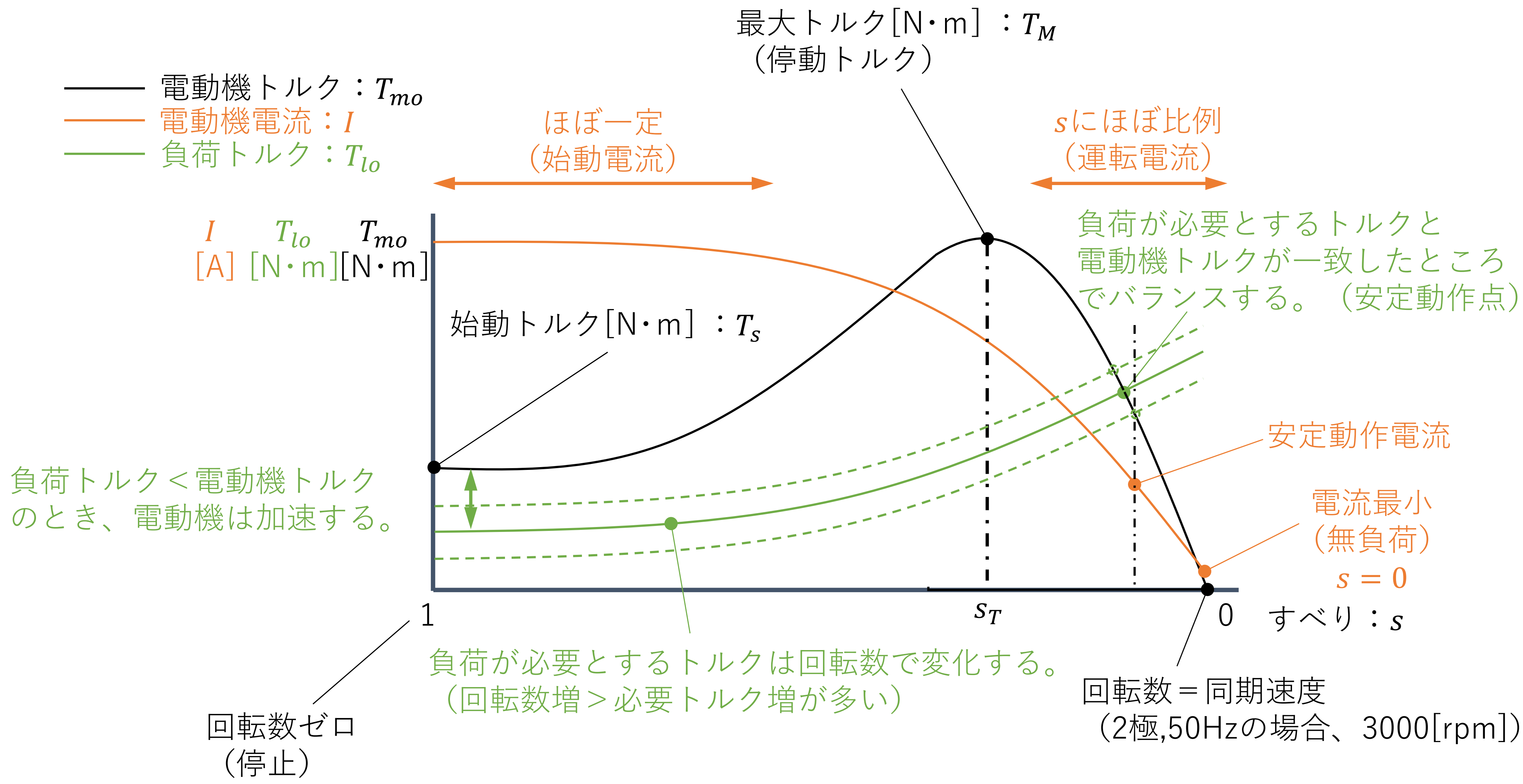




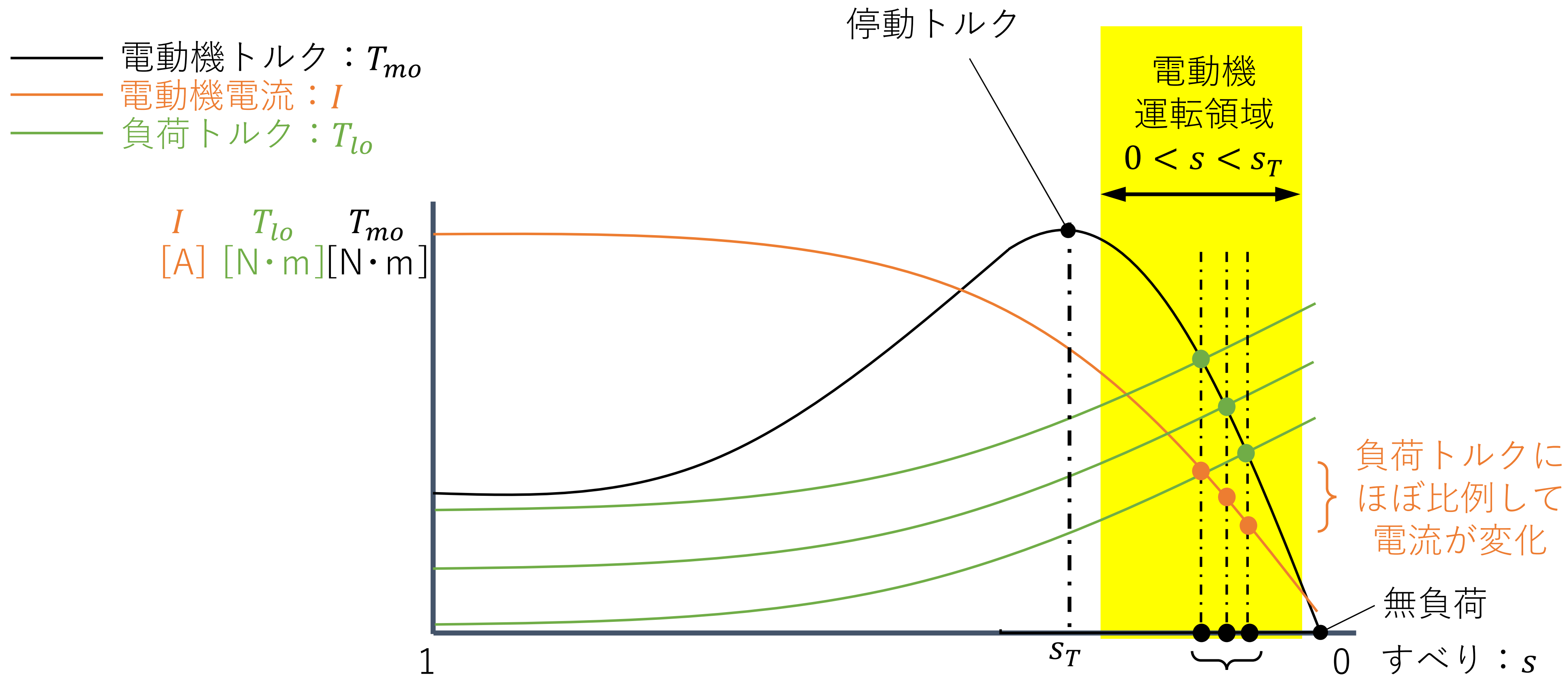
r_2を大きくするほど最大トルクは
変わらないが、すべりが大きくなる。

回転子にブラシを介して可変抵抗を接続する。
二次抵抗を調節することで、電動機のトルク特性を制御する。

誘導機（４）－６《誘導電動機のトルク》



誘導機（４）－７ 《誘導電動機のトルク》



運転領域内で負荷トルクが
変化しても、すべり（回転数）
の変化は少ない

誘導機付録　　　《誘導電動機の最大出力》

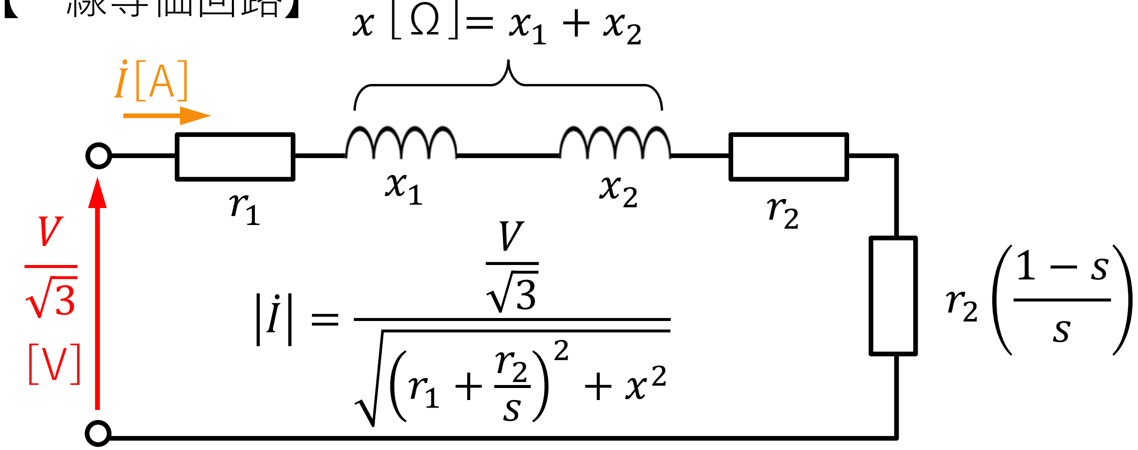
<機械出力>

$$P_o = 3\cdot r_2\left(\frac{1-s}{s}\right)\cdot\left|\dot{I}\right|^2$$

$$= 3\cdot r_2\left(\frac{1-s}{s}\right)\cdot\frac{\dfrac{V^2}{3}}{\left(r_1+\dfrac{r_2}{s}\right)^2+x^2}$$

$$= r_2V^2\cdot\frac{\dfrac{1-s}{s}}{\left(r_1+\dfrac{r_2}{s}\right)^2+x^2}$$

【一線等価回路】



$\dfrac{d}{ds}P_o = 0$　のとき、最大出力となる。計算をすると、最大出力時のすべりs_{om}と最大出力P_{om}は、

$$s_{om} = \frac{r_2}{r_2+\sqrt{(r_1+r_2)^2+x^2}}$$

$$P_{om} = r_2V^2\cdot\frac{\dfrac{1-s_{om}}{s_{om}}}{\left(r_1+\dfrac{r_2}{s_{om}}\right)^2+x^2} = \frac{V^2}{2\left\{r_1+r_2+\sqrt{(r_1+r_2)^2+x^2}\right\}}$$

※導出計算は次頁参照

誘導機付録　　　　《誘導電動機の最大出力》

$$P_o = r_2V^2 \cdot \frac{\frac{1-s}{s}}{\left(r_1+\frac{r_2}{s}\right)^2+x^2} = r_2V^2 \cdot \frac{s-s^2}{(r_1s+r_2)^2+x^2s^2} \qquad \frac{d}{ds}P_o = r_2V^2 \cdot \frac{(1-2s)\{(r_1s+r_2)^2+x^2s^2\}-(s-s^2)(2r_1{}^2s+2r_1r_2+2x^2s)}{\{(r_1s+r_2)^2+x^2s^2\}^2}$$

$\frac{d}{ds}P_o = 0$より分子が $(1-2s)\{(r_1s+r_2)^2+x^2s^2\}-(s-s^2)(2r_1{}^2s+2r_1r_2+2x^2s)=0$ であればよい。

$$r_1{}^2s^2+2r_1r_2s+r_2{}^2+x^2s^2-2r_1{}^2s^3-4r_1r_2s^2-2r_2{}^2s-2x^2s^3-2r_1{}^2s^2-2r_1r_2s-2x^2s^2+2r_1{}^2s^3+2r_1r_2s^2+2x^2s^3=0$$

$$(-r_1{}^2-x^2-2r_1r_2)s^2-2r_2{}^2s+r_2{}^2=0 \qquad \{(r_1+r_2)^2-r_2{}^2+x^2\}s^2+2r_2{}^2s-r_2{}^2=0 \quad \cdots①$$

マイナスは不適

①に解の公式を適用し $s = \dfrac{-r_2{}^2+\sqrt{r_2{}^4+r_2{}^2\{(r_1+r_2)^2-r_2{}^2+x^2\}}}{(r_1+r_2)^2-r_2{}^2+x^2} = \dfrac{-r_2{}^2+r_2\sqrt{(r_1+r_2)^2+x^2}}{\left(\sqrt{(r_1+r_2)^2+x^2}+r_2\right)\left(\sqrt{(r_1+r_2)^2+x^2}-r_2\right)} = \dfrac{r_2}{\sqrt{(r_1+r_2)^2+x^2}+r_2}$

②,③より

$$\therefore s_{om} = \frac{r_2}{r_2+\sqrt{(r_1+r_2)^2+x^2}} \qquad P_{om} = r_2V^2 \cdot \frac{\frac{1-s_{om}}{s_{om}}}{\left(r_1+\frac{r_2}{s_{om}}\right)^2+x^2} = r_2V^2 \cdot \frac{\frac{\sqrt{(r_1+r_2)^2+x^2}}{r_2}}{2\left\{(r_1+r_2)^2+x^2+(r_1+r_2)\sqrt{(r_1+r_2)^2+x^2}\right\}} = \frac{V^2}{2\left\{r_1+r_2+\sqrt{(r_1+r_2)^2+x^2}\right\}}$$

$$\frac{1-s_{om}}{s_{om}} = \frac{1-\frac{r_2}{r_2+\sqrt{(r_1+r_2)^2+x^2}}}{\frac{r_2}{r_2+\sqrt{(r_1+r_2)^2+x^2}}} = \frac{r_2+\sqrt{(r_1+r_2)^2+x^2}-r_2}{r_2} = \frac{r_2+\sqrt{(r_1+r_2)^2+x^2}-r_2}{r_2} = \frac{\sqrt{(r_1+r_2)^2+x^2}}{r_2} \quad \cdots②$$

$$\frac{1}{\left(r_1+\frac{r_2}{s_{om}}\right)^2+x^2} = \frac{1}{\left(r_1+\frac{r_2}{\frac{r_2}{r_2+\sqrt{(r_1+r_2)^2+x^2}}}\right)^2+x^2} = \frac{1}{\left(r_1+r_2+\sqrt{(r_1+r_2)^2+x^2}\right)^2+x^2} = \frac{1}{(r_1+r_2)^2+x^2+2(r_1+r_2)\sqrt{(r_1+r_2)^2+x^2}+(r_1+r_2)^2+x^2}$$

$$= \frac{1}{2\left\{(r_1+r_2)^2+x^2+(r_1+r_2)\sqrt{(r_1+r_2)^2+x^2}\right\}} \quad \cdots③$$