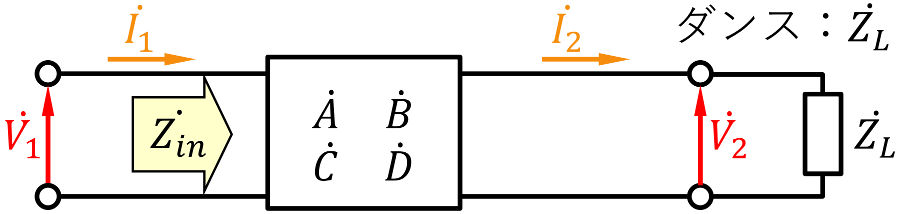
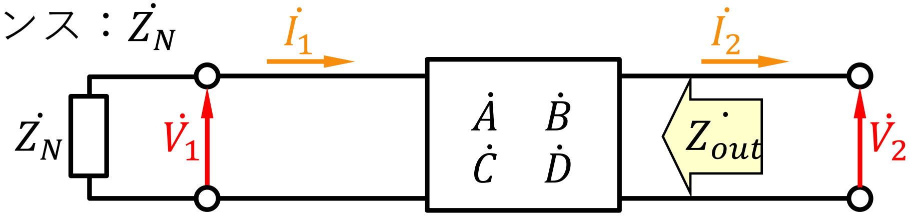
二端子対網（３） 《入力/出力インピーダンス》

負荷インピーダンス：$\dot{Z}_L$

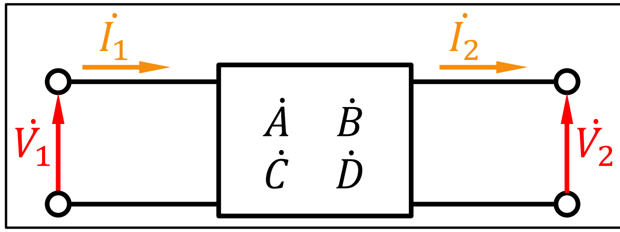


入力インピーダンス：$\dot{Z}_{in} = \dfrac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1}$ …④

電源インピーダンス：$\dot{Z}_N$



出力インピーダンス：$\dot{Z}_{out} = \dfrac{\dot{V}_2}{-\dot{I}_2}$ …⑤



$$\begin{cases} \dot{V}_1 = \dot{A}\dot{V}_2 + \dot{B}\dot{I}_2 & \cdots ① \\ \dot{I}_1 = \dot{C}\dot{V}_2 + \dot{D}\dot{I}_2 & \cdots ② \end{cases}$$

$\dot{V}_2 = \dot{Z}_L\dot{I}_2$ …③

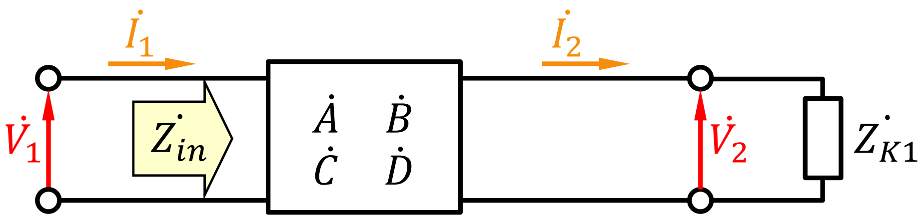
①,②に③を代入

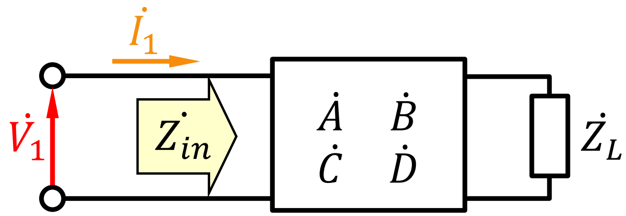
$$\begin{cases} \dot{V}_1 = \dot{A}\dot{Z}_L\dot{I}_2 + \dot{B}\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \dot{C}\dot{Z}_L\dot{I}_2 + \dot{D}\dot{I}_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} \dot{V}_1 = \left(\dot{A}\dot{Z}_L + \dot{B}\right)\dot{I}_2 & \cdots ⑤ \\ \dot{I}_1 = \left(\dot{C}\dot{Z}_L + \dot{D}\right)\dot{I}_2 & \cdots ⑥ \end{cases}$$

④に⑤,⑥を代入 $\dot{Z}_{in} = \dfrac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1} = \dfrac{\dot{A}\dot{Z}_L + \dot{B}}{\dot{C}\dot{Z}_L + \dot{D}}$

同様に求めると、 $\dot{Z}_{out} = \dfrac{\dot{V}_2}{-\dot{I}_2} = \dfrac{\dot{D}\dot{Z}_N + \dot{B}}{\dot{C}\dot{Z}_N + \dot{A}}$

二端子対網（３）《反復インピーダンス（入力）》





入力インピーダンス

$$\dot{Z}_{in}=\frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1}=\frac{\dot{A}\dot{Z}_L+\dot{B}}{\dot{C}\dot{Z}_L+\dot{D}}\cdots①$$

入力インピーダンスと負荷側インピーダンスが同じとき、
この二端子対網の反復インピーダンスという。

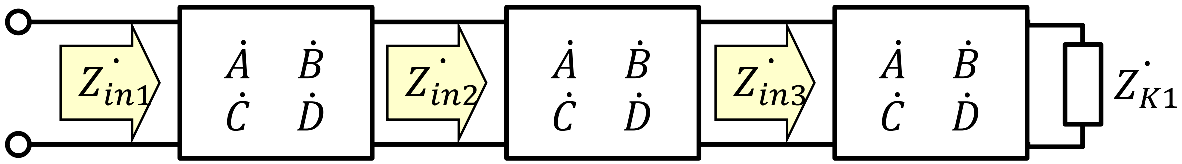
入力側からみた反復インピーダンス：$\dot{Z}_{K1}=\dot{Z}_{in}$ …②

①に②を代入

$$\dot{Z}_{K1}=\frac{\dot{A}\dot{Z}_{K1}+\dot{B}}{\dot{C}\dot{Z}_{K1}+\dot{D}}$$

$$\dot{C}\dot{Z}_{K1}{}^2-(\dot{A}-\dot{D})\dot{Z}_{K1}-\dot{B}=0$$

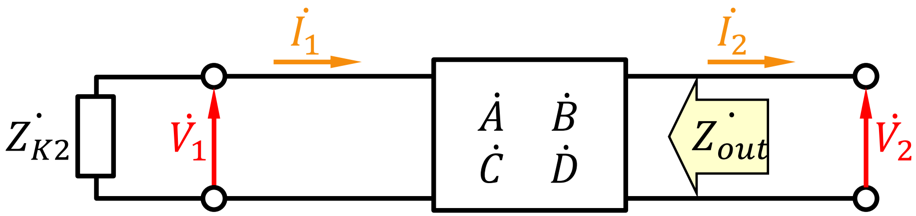
$$\dot{Z}_{K1}=\frac{1}{2\dot{C}}\left\{(\dot{A}-\dot{D})\pm\sqrt{(\dot{A}-\dot{D})^2+4\dot{B}\dot{C}}\right\}$$



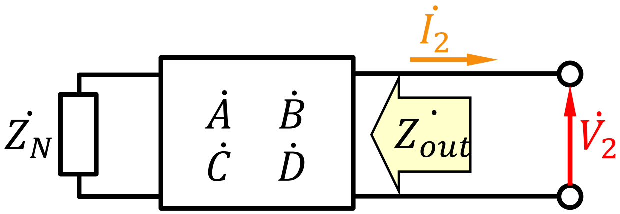
同じ二端子対網を多段縦続接続したとき、どの接続点から
入力インピーダンスを見ても反復インピーダンスとなる。

$$\dot{Z}_{in1}=\dot{Z}_{in2}=\dot{Z}_{in3}=\dot{Z}_{K1}$$

二端子対網（３）《反復インピーダンス（出力）》



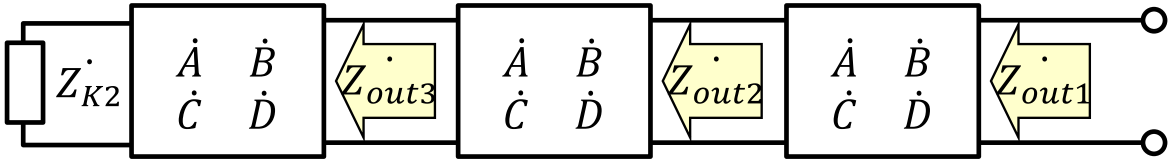
出力インピーダンス



$$\dot{Z}_{out} = \frac{\dot{V}_2}{-\dot{I}_2} = \frac{\dot{D}\dot{Z}_N + \dot{B}}{\dot{C}\dot{Z}_N + \dot{A}} \cdots ①$$

出力インピーダンスと電源側インピーダンスが同じとき、
この二端子対網の反復インピーダンスという。

出力側からみた反復インピーダンス：$\dot{Z}_{K2} = \dot{Z}_{out} \cdots ②$



同じ二端子対網を多段縦続接続したとき、どの接続点から
出力インピーダンスを見ても反復インピーダンスとなる。

$$\dot{Z}_{out1} = \dot{Z}_{out2} = \dot{Z}_{out3} = \dot{Z}_{K2}$$

①に②を代入

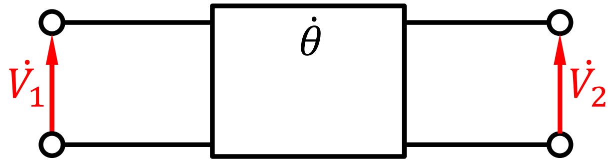
$$\dot{Z}_{K2} = \frac{\dot{D}\dot{Z}_{K2} + \dot{B}}{\dot{C}\dot{Z}_{K2} + \dot{A}}$$

$$\dot{C}\dot{Z}_{K2}{}^2 - (\dot{D} - \dot{A})\dot{Z}_{K2} - \dot{B} = 0$$

$$\dot{Z}_{K2} = \frac{1}{2\dot{C}}\left\{(\dot{D} - \dot{A}) \pm \sqrt{(\dot{D} - \dot{A})^2 + 4\dot{B}\dot{C}}\right\}$$

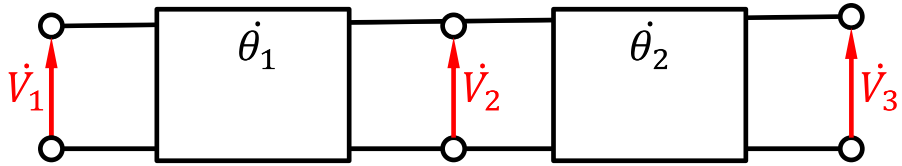
二端子対網（３）　　《伝送量》

$\dot{V}_1 = |\dot{V}_1| e^{j\phi_1}$　　$\dot{V}_2 = |\dot{V}_2| e^{j\phi_2}$



$\dot{V}_2 = e^{-\dot{\theta}_1}\dot{V}_1$　　$\dot{V}_3 = e^{-\dot{\theta}_2}\dot{V}_2$

$= e^{-\dot{\theta}_2} e^{-\dot{\theta}_1}\dot{V}_1$



$\dot{V}_3 = e^{-(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)}\dot{V}_1$

縦続接続すると全体の伝送量は個々の伝送量の総和となる。

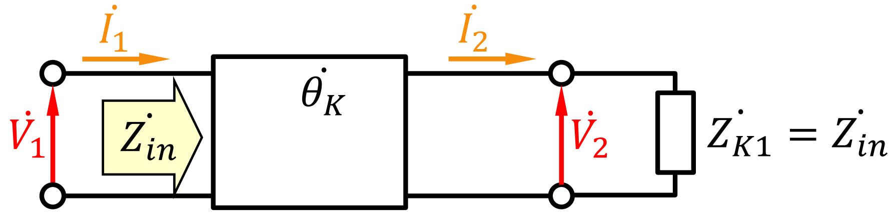
$$\dot{V}_2 = e^{-\dot{\theta}}\dot{V}_1 = e^{-(\alpha + j\beta)}\dot{V}_1 = e^{-\alpha} e^{-j\beta} |\dot{V}_1| e^{j\phi_1}$$

$$= e^{-\alpha} |\dot{V}_1| e^{j(\phi_1 - \beta)} = |\dot{V}_2| e^{j\phi_2}$$

伝送量：$\dot{\theta} = \ln\left(\dfrac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2}\right) = \ln\left|\dfrac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2}\right| + j\angle\left(\dfrac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2}\right) = \alpha + j\beta$

減衰量[Np]：$\alpha = \ln\left|\dfrac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2}\right|$　　$|\dot{V}_2| = e^{-\alpha}|\dot{V}_1|$　　※減衰量[dB]：$\alpha' = 20\log_{10}\left|\dfrac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2}\right|$

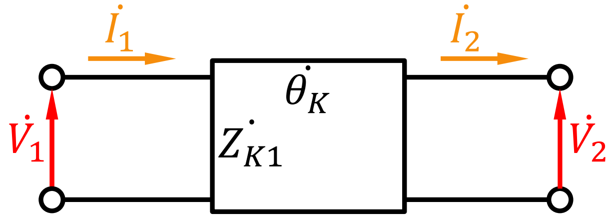
位相量[rad]：$\beta = \angle\left(\dfrac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2}\right) = \phi_1 - \phi_2$　　$\angle\dot{V}_2 = \phi_2 = \phi_1 - \beta$

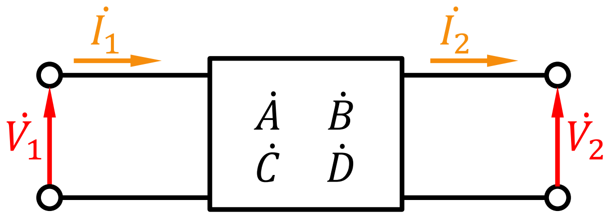


$\begin{cases} \dot{V}_1 = \dot{Z}_{K1} \cdot \dot{I}_1 \\ \dot{V}_2 = \dot{Z}_{K1} \cdot -\dot{I}_2 \end{cases}$ が成立するときの$\dot{\theta}_K$を反復伝送量と呼ぶ。

※$\dot{Z}_{K1}$：反復インピーダンス　　$\dot{\theta}_K = \alpha_K + j\beta_K$　※α_K：反復減衰量、β_K：反復位相量

二端子対網（３）《反復伝送量》





$$\begin{cases} \dot{V}_1 = \dot{A}\dot{V}_2 + \dot{B}\dot{I}_2 & \cdots ① \\ \dot{I}_1 = \dot{C}\dot{V}_2 + \dot{D}\dot{I}_2 & \cdots ② \end{cases}$$

$$\dot{A}\dot{D} - \dot{B}\dot{C} = 1 \cdots ③$$

$\dot{V}_2 = e^{-\dot{\theta}_K}\dot{V}_1 \cdots ④$　　$\dot{I}_2 = e^{-\dot{\theta}_K}\dot{I}_1 \cdots ⑤$

②,⑤より　$\dot{I}_2 e^{\dot{\theta}_K} = \dot{C}\dot{V}_2 + \dot{D}\dot{I}_2$　　$\dot{I}_2 = \dfrac{\dot{C}}{e^{\dot{\theta}_K} - \dot{D}}\dot{V}_2 \cdots ⑥$

①に⑥を代入　$\dot{V}_1 = \dot{A}\dot{V}_2 + \dfrac{\dot{B}\dot{C}}{e^{\dot{\theta}_K} - \dot{D}}\dot{V}_2$　さらに③を代入　$\dot{V}_1 = \dot{A}\dot{V}_2 + \dfrac{\dot{A}\dot{D} - 1}{e^{\dot{\theta}_K} - \dot{D}}\dot{V}_2$　　$\dfrac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} = \dot{A} + \dfrac{\dot{A}\dot{D} - 1}{e^{\dot{\theta}_K} - \dot{D}} \cdots ⑦$

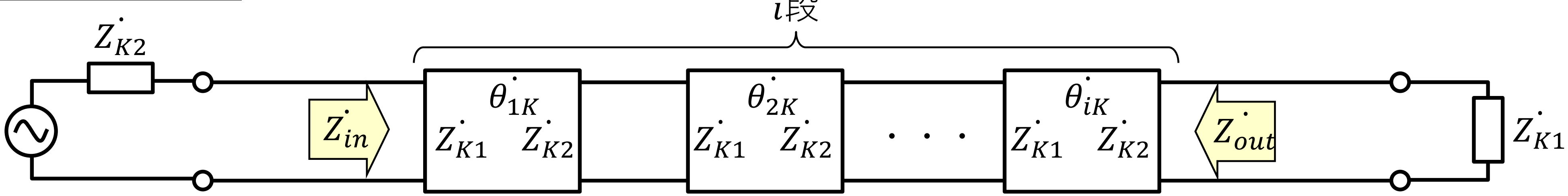
④に⑦を代入　$e^{\dot{\theta}_K} = \dfrac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} = \dot{A} + \dfrac{\dot{A}\dot{D} - 1}{e^{\dot{\theta}_K} - \dot{D}}$　　$e^{2\dot{\theta}_K} - \dot{D}e^{\dot{\theta}_K} = \dot{A}e^{\dot{\theta}_K} - 1$　　$e^{\dot{\theta}_K} + e^{-\dot{\theta}_K} = \dot{A} + \dot{D} \cdots ⑧$

⑧より　$\cosh\dot{\theta}_K = \dfrac{e^{\dot{\theta}_K} + e^{-\dot{\theta}_K}}{2} = \dfrac{\dot{A} + \dot{D}}{2}$

双曲線関数　$\cosh x = \dfrac{e^{x} + e^{-x}}{2}$

また、⑧より$x = e^{\dot{\theta}_K}$とおくと　$x^2 - \left(\dot{A} + \dot{D}\right)x + 1 = 0$　これを解くと　$x = e^{\dot{\theta}_K} = \dfrac{\dot{A} + \dot{D}}{2} + \sqrt{\dfrac{\left(\dot{A} + \dot{D}\right)^2}{4} - 1}$

二端子対網（３）《反復パラメータ》



反復パラメータが$\dot{Z}_{K1}$, $\dot{Z}_{K2}$, $\dot{\theta}_{iK}$の二端子対網をi段縦続接続したとき、回路全体として

入力インピーダンス：$\dot{Z}_{in}=\dot{Z}_{K1}$　　出力インピーダンス：$\dot{Z}_{out}=\dot{Z}_{K2}$　　伝送量：$\sum_i \dot{\theta}_{iK}$

【インピーダンス整合】$\dot{Z}_{K1}=Z$、$\dot{Z}_{K2}=\dot{\bar{Z}}$が満たされていれば最大電力を供給できる

反復パラメータ

入力側からみた反復インピーダンス：
$$\dot{Z}_{K1}=\frac{1}{2\dot{C}}\left\{\left(\dot{A}-\dot{D}\right)\pm\sqrt{\left(\dot{A}-\dot{D}\right)^2+4\dot{B}\dot{C}}\right\}$$

出力側からみた反復インピーダンス：
$$\dot{Z}_{K2}=\frac{1}{2\dot{C}}\left\{\left(\dot{D}-\dot{A}\right)\pm\sqrt{\left(\dot{D}-\dot{A}\right)^2+4\dot{B}\dot{C}}\right\}$$

反復伝送量：$\dot{\theta}_K$
$$e^{\dot{\theta}_K}=\frac{\dot{A}+\dot{D}}{2}+\sqrt{\frac{\left(\dot{A}+\dot{D}\right)^2}{4}-1}\qquad \cosh\dot{\theta}_K=\frac{\dot{A}+\dot{D}}{2}$$