対称座標法（1）　《ベクトルオペレータ》

$$a^3 = e^{j0} = \cos 0 + j\sin 0 = 1 + j0 = 1$$

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = \cos\frac{2\pi}{3} + j\sin\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

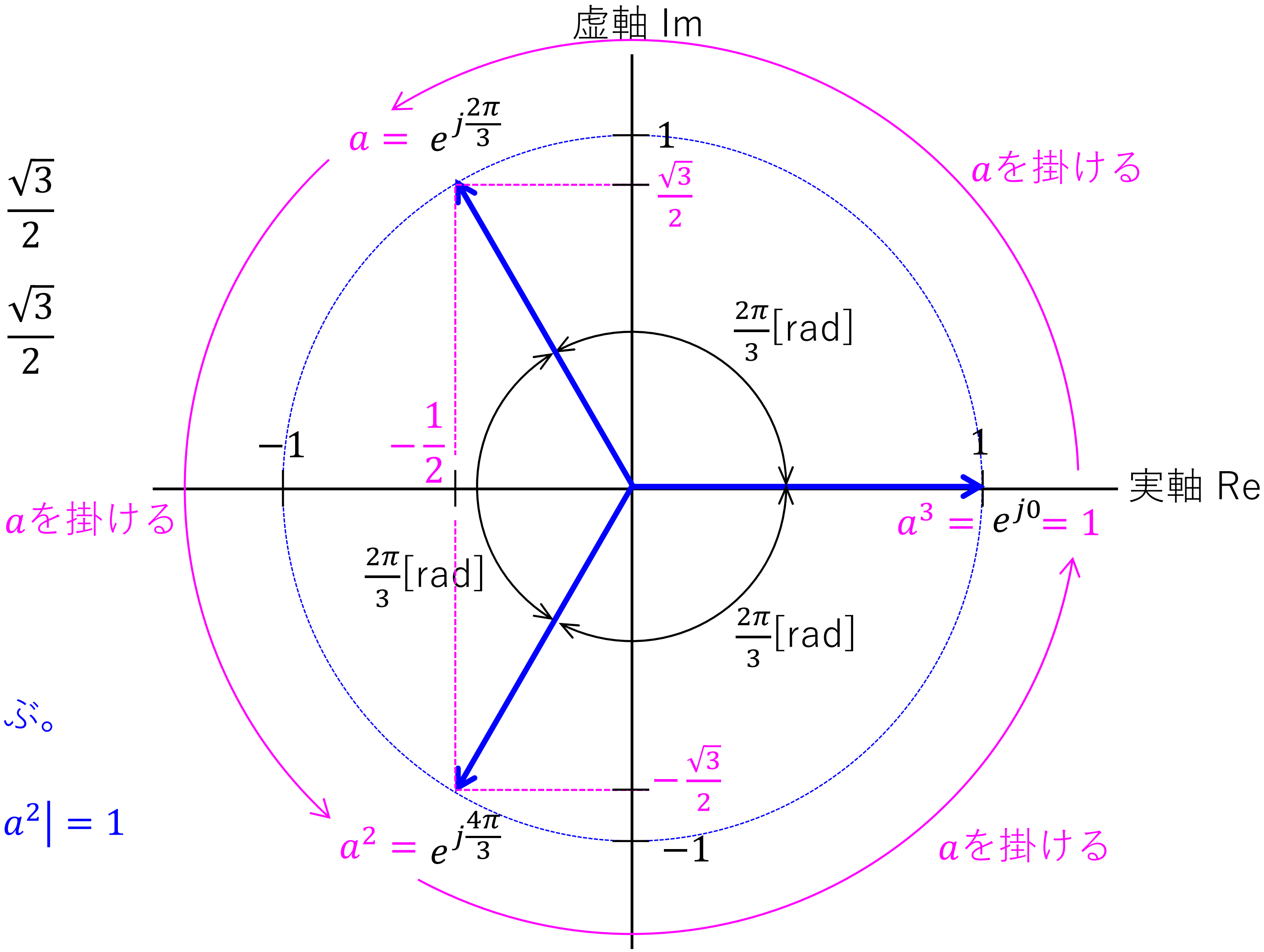
$$a^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} = \cos\frac{4\pi}{3} + j\sin\frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$x^3 = 1 \quad (x-1)(x^2+x+1) = 0$

$x = 1, \dfrac{-1 \pm j\sqrt{3}}{2} = 1, a, a^2$

$a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$ をベクトルオペレータと呼ぶ。

$a^3 = 1 \qquad 1 + a + a^2 = 0 \qquad |a| = |a^2| = 1$



対称座標法（１）　　《ベクトルオペレータ》

$\dot{E} = Ee^{j\theta} = E(\cos\theta + j\sin\theta)$

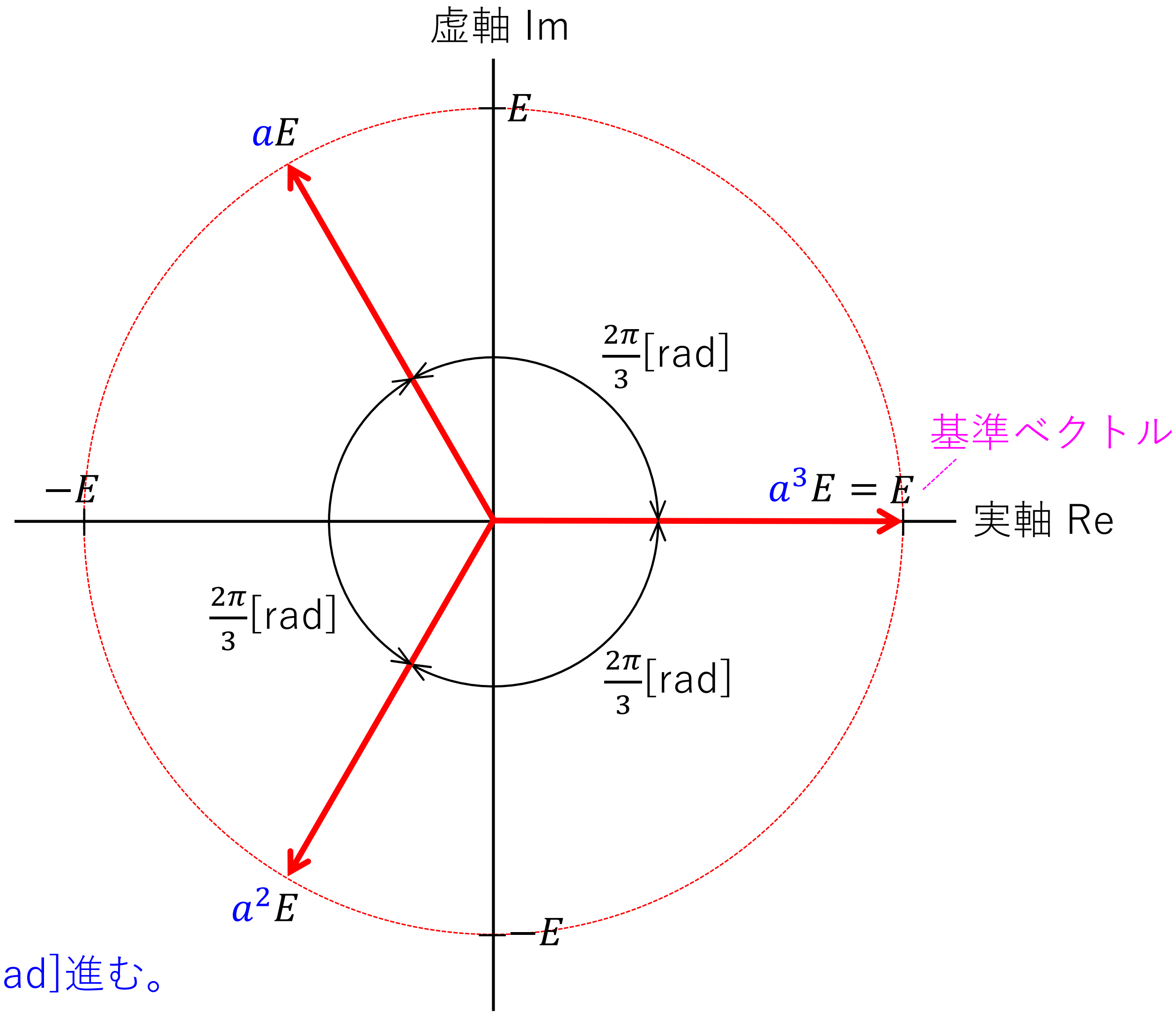
オイラーの公式　$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$

基準ベクトル（位相ゼロ）

$\dot{E} = Ee^{j0} = E(\underbrace{\cos 0}_{1} + j\underbrace{\sin 0}_{0}) = E$

ベクトルオペレータ　$a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\dfrac{1}{2} + j\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$$\begin{cases} a^3E = E & \cdots\text{基準ベクトル} \\ aE = Ee^{j\frac{2\pi}{3}} \\ a^2E = Ee^{j\frac{4\pi}{3}} \end{cases}$$



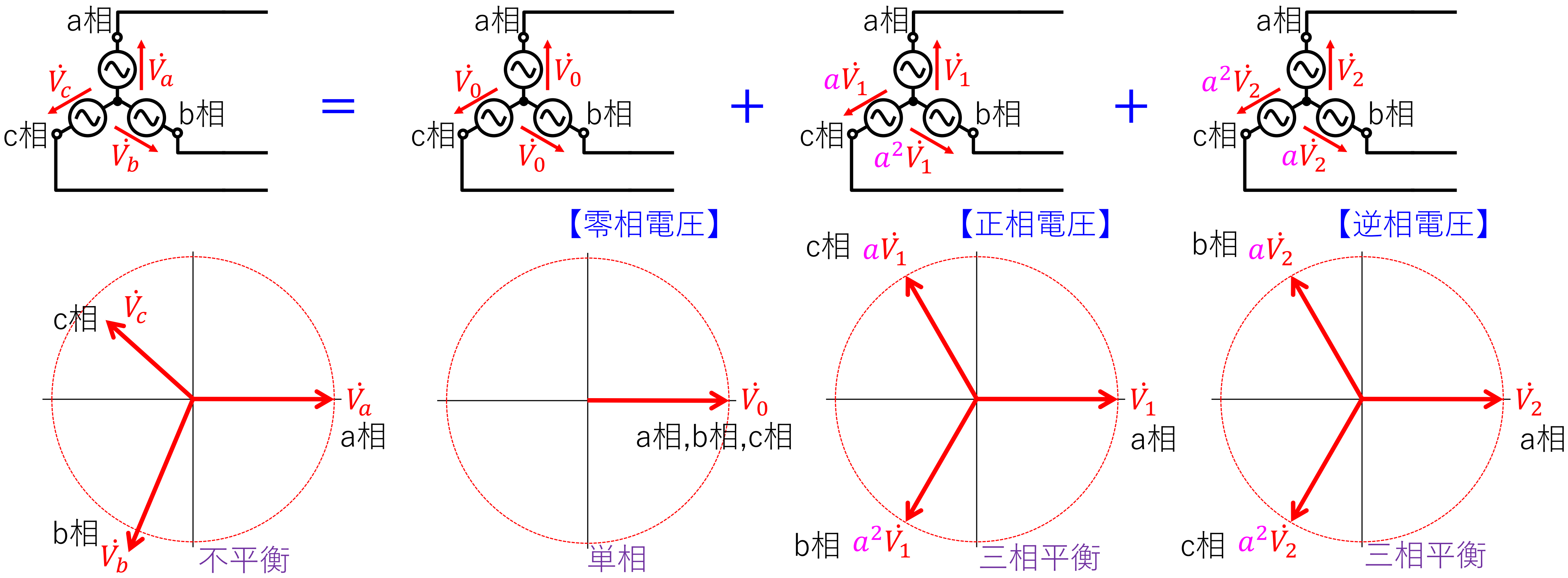
フェーザにaを掛けると同じ大きさで位相が$\frac{2\pi}{3}$[rad]進む。

対称座標法（1）　《零相・正相・逆相》

定義式

$$\dot{V}_a = \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2$$
$$\dot{V}_b = \dot{V}_0 + a^2\dot{V}_1 + a\dot{V}_2$$
$$\dot{V}_c = \dot{V}_0 + a\dot{V}_1 + a^2\dot{V}_2$$

三相交流を零相・正相・逆相成分に分解
- 零相分：三相とも同位相となる成分　：$\dot{V}_0$
- 正相分：回路の相順と同じ相順となる成分：$\dot{V}_1$
- 逆相分：回路の相順と逆の相順となる成分：$\dot{V}_2$



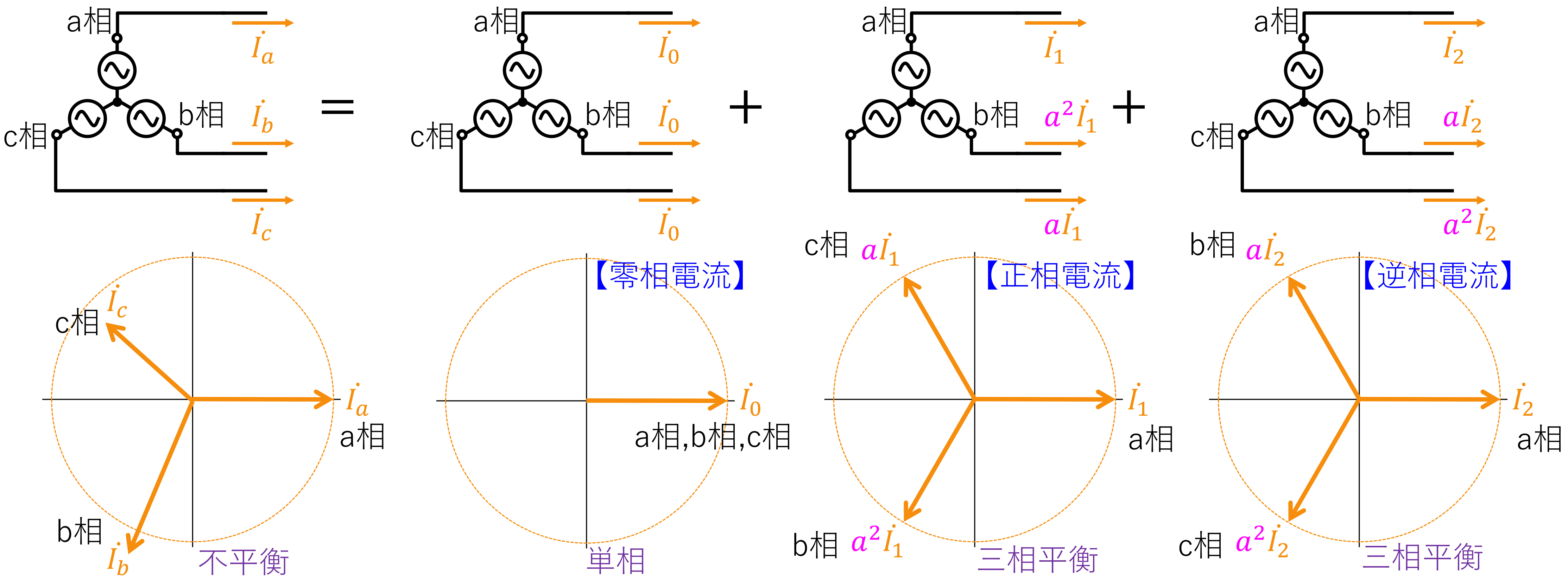
対称座標法（1）　　《零相・正相・逆相》

定義式

$$\dot{I}_a = \dot{I}_0 + \dot{I}_1 + \dot{I}_2$$
$$\dot{I}_b = \dot{I}_0 + a^2\dot{I}_1 + a\dot{I}_2$$
$$\dot{I}_c = \dot{I}_0 + a\dot{I}_1 + a^2\dot{I}_2$$

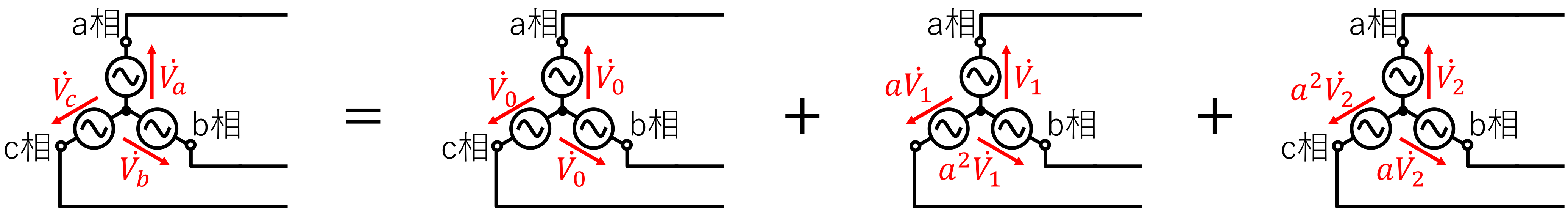
三相交流を零相・正相・逆相成分に分解

- 零相分：三相とも同位相となる成分：$\dot{V}_0$　$\dot{I}_0$
- 正相分：回路の相順と同じ相順となる成分：$\dot{V}_1$　$\dot{I}_1$
- 逆相分：回路の相順と逆の相順となる成分：$\dot{V}_2$　$\dot{I}_2$



対称座標法（1）　　《対称分の導出》

【零相電圧】　　【正相電圧】　　【逆相電圧】



$\dot{V}_a = \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2$　　…①

$\dot{V}_b = \dot{V}_0 + a^2\dot{V}_1 + a\dot{V}_2$　　…②

$\dot{V}_c = \dot{V}_0 + a\dot{V}_1 + a^2\dot{V}_2$　　…③

対称分電圧の式

$\dot{V}_0 = \frac{1}{3}\left(\dot{V}_a + \dot{V}_b + \dot{V}_c\right)$　　∴①＋②＋③

$\dot{V}_1 = \frac{1}{3}\left(\dot{V}_a + a\dot{V}_b + a^2\dot{V}_c\right)$　　∴①＋a×②＋a^2×③

$\dot{V}_2 = \frac{1}{3}\left(\dot{V}_a + a^2\dot{V}_b + a\dot{V}_c\right)$　　∴①＋a^2×②＋a×③

$\boxed{\dot{V}_1\text{の導出}}$　①＋a×②＋a^2×③とすると、

$a^3 = 1$

$1 + a + a^2 = 0$

右辺$= \dot{V}_a + a\dot{V}_b + a^2 V_c$

左辺$= \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + a\left(\dot{V}_0 + a^2\dot{V}_1 + a\dot{V}_2\right) + a^2\left(\dot{V}_0 + a\dot{V}_1 + a^2\dot{V}_2\right)$

$= \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + a\dot{V}_0 + a^3\dot{V}_1 + a^2\dot{V}_2 + a^2\dot{V}_0 + a^3\dot{V}_1 + a^3 \cdot a\dot{V}_2$

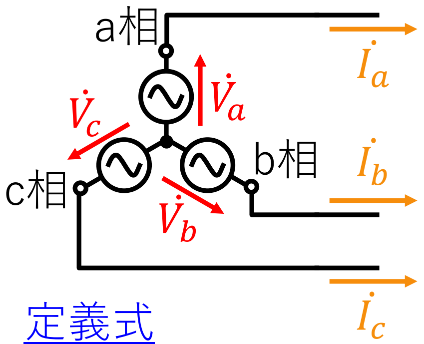
$= \dot{V}_0(1 + a + a^2) + \dot{V}_1(1 + 1 + 1) + \dot{V}_2(1 + 1 \cdot a + a^2)$

$= 3\dot{V}_1$

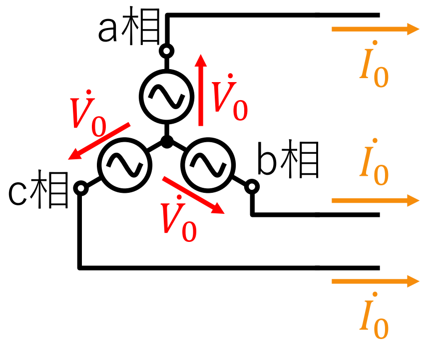
右辺＝左辺より、$\dot{V}_1 = \frac{1}{3}\left(\dot{V}_a + a\dot{V}_b + a^2\dot{V}_c\right)$

対称座標法（１）　《対称分電圧・電流》

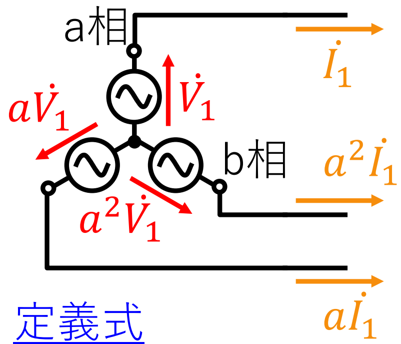
【零相電圧】　【正相電圧】　【逆相電圧】



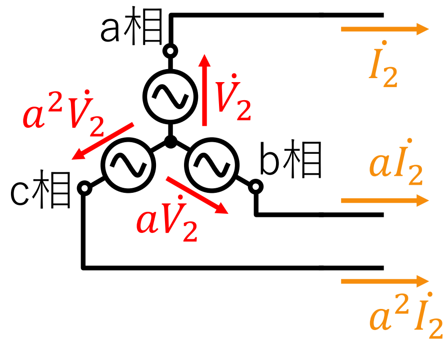
＝



＋



＋



定義式

$$\begin{cases} \dot{V}_a = \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \\ \dot{V}_b = \dot{V}_0 + a^2\dot{V}_1 + a\dot{V}_2 \\ \dot{V}_c = \dot{V}_0 + a\dot{V}_1 + a^2\dot{V}_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix}$$

対称分変換 ⇩ ⇧ 逆変換

対称分電圧の式

$$\begin{cases} \dot{V}_0 = \dfrac{1}{3}(\dot{V}_a + \dot{V}_b + \dot{V}_c) \\ \dot{V}_1 = \dfrac{1}{3}(\dot{V}_a + a\dot{V}_b + a^2\dot{V}_c) \\ \dot{V}_2 = \dfrac{1}{3}(\dot{V}_a + a^2\dot{V}_b + a\dot{V}_c) \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix}$$

定義式

$$\begin{cases} \dot{I}_a = \dot{I}_0 + \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \\ \dot{I}_b = \dot{I}_0 + a^2\dot{I}_1 + a\dot{I}_2 \\ \dot{I}_c = \dot{I}_0 + a\dot{I}_1 + a^2\dot{I}_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

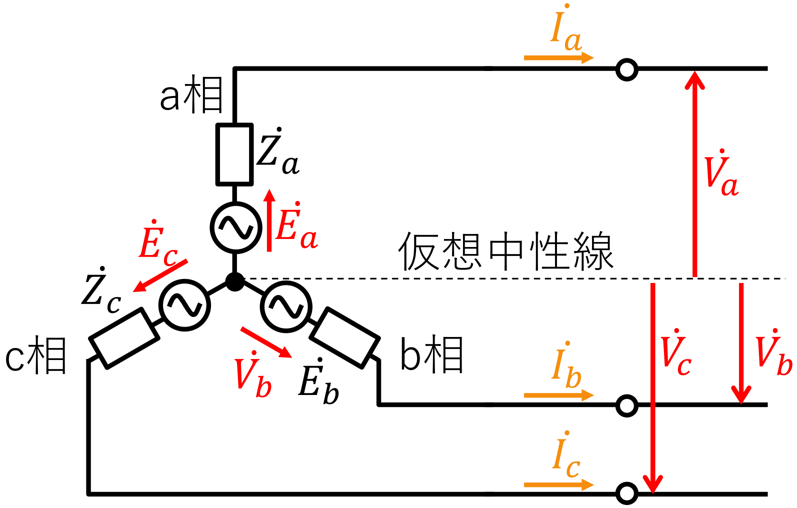
対称分変換 ⇩ ⇧ 逆変換

対称分電流の式

$$\begin{cases} \dot{I}_0 = \dfrac{1}{3}(\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c) \\ \dot{I}_1 = \dfrac{1}{3}(\dot{I}_a + a\dot{I}_b + a^2\dot{I}_c) \\ \dot{I}_2 = \dfrac{1}{3}(\dot{I}_a + a^2\dot{I}_b + a\dot{I}_c) \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix}$$

対称座標法（１）《零相・正相・逆相インピーダンス》



三相交流を零相・正相・逆相成分に分解

・零相分：三相とも同位相となる成分　　　　：$\dot{V}_0$　$\dot{I}_0$　$\dot{Z}_0$

・正相分：回路の相順と同じ相順となる成分：$\dot{V}_1$　$\dot{I}_1$　$\dot{Z}_1$

・逆相分：回路の相順と逆の相順となる成分：$\dot{V}_2$　$\dot{I}_2$　$\dot{Z}_2$

零相、正相、逆相成分

起電力：$\dot{E}_0, \dot{E}_1, \dot{E}_2$

端子電圧(相電圧)：$\dot{V}_0, \dot{V}_1, \dot{V}_2$

インピーダンス：$\dot{Z}_0, \dot{Z}_1, \dot{Z}_2$

線電流：$\dot{I}_0, \dot{I}_1, \dot{I}_2$

$\dot{Z}_0$：零相インピーダンス
$\dot{Z}_1$：正相インピーダンス
$\dot{Z}_2$：逆相インピーダンス

起電力：$\dot{E}_a, \dot{E}_b, \dot{E}_c$

端子電圧(相電圧)：$\dot{V}_a, \dot{V}_b, \dot{V}_c$

インピーダンス：$\dot{Z}_a, \dot{Z}_b, \dot{Z}_c$

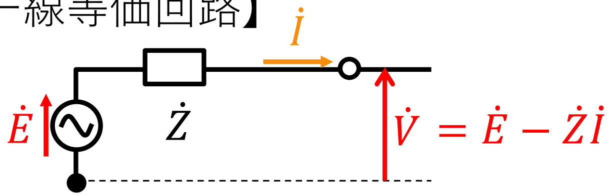
線電流：$\dot{I}_a, \dot{I}_b, \dot{I}_c$

$$\begin{cases} \dot{Z}_a = \dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 \\ \dot{Z}_b = \dot{Z}_0 + a^2\dot{Z}_1 + a\dot{Z}_2 \\ \dot{Z}_c = \dot{Z}_0 + a\dot{Z}_1 + a^2\dot{Z}_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_a \\ \dot{Z}_b \\ \dot{Z}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Z}_0 \\ \dot{Z}_1 \\ \dot{Z}_2 \end{bmatrix}$$

対称分変換 ⇩ ⇧ 逆変換

【一線等価回路】

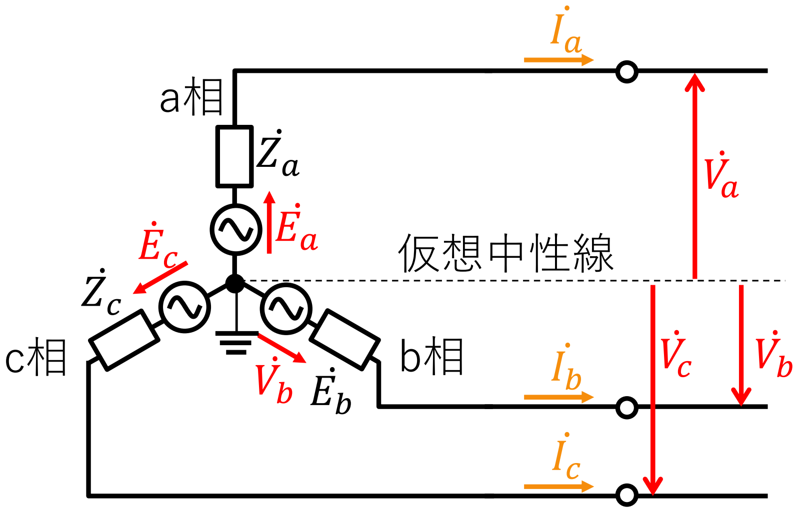


$$\begin{cases} \dot{V}_0 = \dot{E}_0 - \dot{Z}_0\dot{I}_0 \\ \dot{V}_1 = \dot{E}_1 - \dot{Z}_1\dot{I}_1 \\ \dot{V}_2 = \dot{E}_2 - \dot{Z}_2\dot{I}_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{Z}_0 = \dfrac{1}{3}(\dot{Z}_a + \dot{Z}_b + \dot{Z}_c) \\ \dot{Z}_1 = \dfrac{1}{3}(\dot{Z}_a + a\dot{Z}_b + a^2\dot{Z}_c) \\ \dot{Z}_2 = \dfrac{1}{3}(\dot{Z}_a + a^2\dot{Z}_b + a\dot{Z}_c) \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_0 \\ \dot{Z}_1 \\ \dot{Z}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Z}_a \\ \dot{Z}_b \\ \dot{Z}_c \end{bmatrix}$$

対称座標法（１）　《三相同期発電機の基本式》



内部起電力： $\dot{E}_a, \dot{E}_b, \dot{E}_c$
端子電圧(相電圧)：$\dot{V}_a, \dot{V}_b, \dot{V}_c$
内部インピーダンス：$\dot{Z}_a, \dot{Z}_b, \dot{Z}_c$
線電流： $\dot{I}_a, \dot{I}_b, \dot{I}_c$

零相、正相、逆相成分
内部起電力： $\dot{E}_0, \dot{E}_1, \dot{E}_2$
端子電圧(相電圧)：$\dot{V}_0, \dot{V}_1, \dot{V}_2$
内部インピーダンス：$\dot{Z}_0, \dot{Z}_1, \dot{Z}_2$
線電流： $\dot{I}_0, \dot{I}_1, \dot{I}_2$

$\dot{Z}_0$：零相インピーダンス
$\dot{Z}_1$：正相インピーダンス
$\dot{Z}_2$：逆相インピーダンス

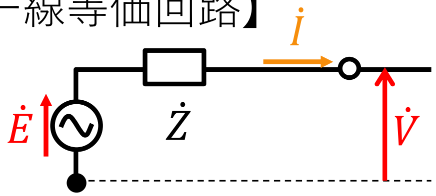
三相同期発電機の起電力は平衡しているので、$\dot{E}_b = a^2\dot{E}_a$, $\dot{E}_c = a\dot{E}_a$

$$\dot{E}_0 = \frac{1}{3}(\dot{E}_a + \dot{E}_b + \dot{E}_c) = \frac{1}{3}\dot{E}_a(1 + a^2 + a) = 0$$

$$\dot{E}_1 = \frac{1}{3}(\dot{E}_a + a\dot{E}_b + a^2\dot{E}_c) = \frac{1}{3}\dot{E}_a(1 + a^3 + a^3) = \dot{E}_a$$

$$\dot{E}_2 = \frac{1}{3}(\dot{E}_a + a^2\dot{E}_b + a\dot{E}_c) = \frac{1}{3}\dot{E}_a(1 + a \cdot a^3 + a^2) = 0$$

【一線等価回路】



$$\begin{cases} \dot{V}_0 = \dot{E}_0 - \dot{Z}_0\dot{I}_0 = 0 - \dot{Z}_0\dot{I}_0 = -\dot{Z}_0\dot{I}_0 \\ \dot{V}_1 = \dot{E}_1 - \dot{Z}_1\dot{I}_1 = \dot{E}_a - \dot{Z}_1\dot{I}_1 \\ \dot{V}_2 = \dot{E}_2 - \dot{Z}_2\dot{I}_2 = 0 - \dot{Z}_2\dot{I}_2 = -\dot{Z}_2\dot{I}_2 \end{cases}$$

対称座標法における **発電機の基本式**

$$\begin{cases} \dot{V}_0 = -\dot{Z}_0\dot{I}_0 \\ \dot{V}_1 = \dot{E}_a - \dot{Z}_1\dot{I}_1 \\ \dot{V}_2 = -\dot{Z}_2\dot{I}_2 \end{cases}$$