有効数字

【例】

0.093827	有効桁数=5桁
0.0008	有効桁数=1桁
0.012	有効桁数=2桁
60.8	有効桁数=3桁
39008	有効桁数=5桁
35.00	有効桁数=4桁
8000.0000	有効桁数=8桁
1.23×10^4	有効桁数=3桁

1）加減算

加減算を行った全ての数値のうち、最も桁位の大きい数によって決まる。

【例題1】20.0+100+32.60

(1) 計算結果は152.60
(2) 最も大きい桁位は 1位

20.0	桁位=小数1位
100	桁位=1位
32.50	桁位=小数2位

(3) 計算結果を最大桁位に丸める
答えは「153」

2）乗除算

乗除算を行った全ての数値のうち、最も有効桁数の小さい数によって決まる。

【例題2】5.63 x 14.58 x 0.49

(1) 計算結果は40.221846
(2) 最も小さい有効桁数は2桁

5.63	有効桁数=3桁
14.58	有効桁数=4桁
0.49	有効桁数=2桁

(3) 計算結果を最小有効桁数に丸める
答えは「40」

電気数学　《三角関数（１）》

三角関数の公式

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \qquad \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

加法定理

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$ …①

$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$ …②

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$ …③

$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$ …④

和積の公式

$\sin A + \sin B = 2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$ …⑤

$\sin A - \sin B = 2\cos\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2}$ …⑥

$\cos A + \cos B = 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$ …⑦

$\cos A - \cos B = -2\sin\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2}$ …⑧

⑤の導出：①+②より

$$\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta) = 2\sin\alpha\cos\beta$$

$(\alpha+\beta) = A, (\alpha-\beta) = B$ とおくと

$\alpha = \frac{A+B}{2}, \beta = \frac{A-B}{2}$ より

$$\sin A + \sin B = 2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$$

⑦の導出：③+④より

$$\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta) = 2\cos\alpha\cos\beta$$

$$\cos A + \cos B = 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$$

電気数学　《三角関数（２）》

tanの加法定理

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta} \quad \cdots ⑩$$

$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta} \quad \cdots ⑪$$

倍角の公式

$$\sin 2x = 2\sin x\cos x \cdots ⑫$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x \cdots ⑬$$

$$\tan 2x = \frac{2\tan x}{1-\tan^2 x} \quad \cdots ⑭$$

半角の公式

$$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2} \quad \cdots ⑮$$

$$\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2} \quad \cdots ⑯$$

$$\tan^2 x = \frac{1-\cos 2x}{1+\cos 2x} \quad \cdots ⑰$$

⑩の導出：①+②より

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}=\frac{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta}$$

$$=\frac{\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}+\dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}}{1-\dfrac{\sin\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta}}=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$$

⑬の導出：③より

$$\cos 2x = \cos(x+x) = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$\sin^2 x + \cos^2 X = 1$より

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$$

⑮の導出：⑬より

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$$

$$2\sin^2 x = 1 - \cos 2x$$

$$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$$

電気数学　《三角関数（３）》

積和の公式

$$\sin A\cos B=\frac{1}{2}\{\sin(A+B)+\sin(A-B)\}\quad\cdots⑱$$

$$\cos A\sin B=\frac{1}{2}\{\sin(A+B)-\sin(A-B)\}\quad\cdots⑲$$

$$\sin A\sin B=\frac{1}{2}\{\cos(A-B)-\cos(A+B)\}\quad\cdots⑳$$

$$\cos A\cos B=\frac{1}{2}\{\cos(A+B)+\cos(A-B)\}\quad\cdots㉑$$

⑱の導出：①+②より

$$\sin(A+B)+\sin(A-B)=2\sin A\cos B$$

$$\sin A\cos B=\frac{1}{2}\{\sin(A+B)+\sin(A-B)\}$$

オイラーの公式

$$e^{jx}=\cos x+j\sin x$$

$$e^{-jx}=\cos x-j\sin x$$

三角関数の微積分

$$\frac{d}{dx}\sin x=\cos x$$

$$\frac{d}{dx}\cos x=-\sin x$$

$$\frac{d}{dx}\tan x=\frac{1}{\cos^2 x}=1+\tan^2 x$$

$$\int\sin x\,dx=-\cos x$$

$$\int\cos x\,dx=\sin x$$

$$\int\tan x\,dx=-\ln|\cos x|$$

電気数学　《微分》

微分の定義

$$\frac{d}{dx}f(x) = f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

微分の公式

$$\frac{d}{dx}x^n = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx}f(x)g(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\frac{d}{dx}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

$$\frac{d}{dx}\frac{1}{f(x)} = \frac{-f'(x)}{f^2(x)}$$

$$\frac{d}{dx}\log\{f(x)\} = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

合成関数の微分

$y = f(g(x))$の微分 $\dfrac{dy}{dx}$ を求める → $y = f(u)$, $u = g(x)$ に分ける → $\dfrac{dy}{du}$, $\dfrac{du}{dx}$ を計算 → $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{dy}{du} \cdot \dfrac{du}{dx}$

例）$y = (\log x)^3$の微分 → $y = u^3$, $u = \log x$ → $\dfrac{dy}{du} = 3u^2$, $\dfrac{du}{dx} = \dfrac{1}{x}$ → $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{dy}{du} \cdot \dfrac{du}{dx} = 3u^2 \cdot \dfrac{1}{x} = \dfrac{3(\log x)^2}{x}$

電気数学　《積分》

$$\int f(x)\,dx = F(x) + C \qquad \int_a^b f(x)\,dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a) \qquad ※F'(x) = f(x)$$

$(C$: 積分定数)

【置換積分】　※変数の置き換えによって、既知の積分に変換できるときに有効

$f(x)$の積分を求める　→ $t = g(x)$　$y = f(g(\,t))$　と置く　→ $\dfrac{dt}{dx} = g'(x)\,dx$

$$\rightarrow \int f(x)dx = \int f(x)\frac{dx}{dt}dt = \int f(g(t))\frac{dx}{dt}dt = \int f(g(t))g'(t)dt$$

例）$y = (2x+1)^3$の積分を求める　→　$t = 2x+1$ とおくと　$x = \dfrac{t}{2} - \dfrac{1}{2}$　，　$y = t^3$　→　$\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{1}{2}$

$$\rightarrow \int f(x)dx = \int t^3\frac{dx}{dt}dt = \int t^3\cdot\frac{1}{2}dt = \frac{1}{2}\cdot\frac{t^4}{4} + C = \frac{(2x+1)^4}{8} + C$$

【部分積分】　※関数の積の積分において，その一方が微分すると簡単になるときに有効

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$

例）$\displaystyle\int x^3\log x\,dx = \int \log x\cdot\left(\frac{x^4}{4}\right)' dx = \log x\cdot\frac{x^4}{4} - \int\frac{1}{x}\cdot\frac{x^4}{4}dx = \frac{x^4\log x}{4} - \frac{x^4}{16} + C = \frac{x^4(4\log x - 1)}{16} + C$

電気数学　《対数》

自然対数の底　e(exponential)　$e = \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 2.7182818284\cdots$
（ネイピア数）

<u>自然対数の微積分</u>

$$\frac{d}{dx} e^x = e^x \qquad \frac{d}{dx} a^x = a^x \log_e a$$

$$\frac{d}{dx} \log_e x = \frac{1}{x} \qquad \frac{d}{dx} \log_a x = \frac{1}{\log_e a} \cdot \frac{1}{x}$$

$$\int e^x \, dx = e^x + C \qquad \int a^x \, dx = \frac{a^x}{\log_e a} + C$$

$$\int \log_e x \, dx = x\log_e x - x + C \qquad \int \log_a x \, dx = \frac{a^x}{\log_e a} x\log_e x - x + C$$

(C: 積分定数)

<u>対数の公式</u>

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^y = y \log_a x$$

<u>ゲイン（電力）</u>

$$g = 10\log_{10} \frac{P_{out}}{P_{in}} \text{ [dB]}$$

<u>ゲイン（電圧）</u>

$$g = 20\log_{10} \frac{V_{out}}{V_{in}} \text{ [dB]}$$

電気数学　《その他》

解の公式

$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \qquad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a}$$